

SOLS STRUCTURÉS ET MÉTAMATÉRIAUX

STRUCTURED SOILS AND METAMATERIALS

Stéphane BRÛLÉ¹, Stefan Enoch², Sébastien Guenneau²

¹ Ménard, Nozay, France

² Institut Fresnel, Marseille, France

RÉSUMÉ – Les fondations profondes peuvent être disposées dans le sol en structure 2D non nécessairement périodique. Par analogie avec les cristaux phononiques, ces sols structurés peuvent offrir des propriétés complémentaires sous sollicitations vibratiles, telle la réflexion de Bragg, les bandes de fréquences interdites, la directivité des ondes, etc.

ABSTRACT – The deep foundations could be arranged in a 2D structure (not necessarily periodic) in the soil. By analogy with phononic crystals, these structured soils may offer complementary properties under vibrations, such as Bragg reflexion, frequency band gaps, wave directivity, etc.

1. Introduction

La notion de sols structurés n'est pas nouvelle. Si nous entendons par cette définition, la création de sol rendus composites par l'action de l'Homme, avec des agencements périodiques ou non d'éléments introduits dans le sous-sol, constitués de vide ou remplis par un matériau (béton, sable, gravier, métal, etc.) alors les fondations spéciales d'un bâtiment, un maillage d'inclusions rigides, un réseau de cellules parallélépipédiques avec parois en béton de sol pour s'opposer à la liquéfaction des sols ou encore tout ensemble de structures enterrées à l'échelle d'une ville peut satisfaire à cette définition (figure 1).



Figure 1. A gauche. Sols structurés constitués de pieux et micropieux (Brûlé *et al.*, 2015).

A droite, principe de réalisation de cellules dans le sol, ici avec des colonnes de sol-mixing pour augmenter la résistance au cisaillement des sols lors de séismes (Uchida *et al.*, 2012).

Cependant, l'intérêt des sols structurés peut ne pas se limiter à la recherche de la seule modification de la caractéristique d'un paramètre mécanique. Par exemple, il peut s'agir de l'augmentation du module de cisaillement obtenu grâce à un sol composite, constitué de lui-même, plutôt « mou » et de l'adjonction d'éléments plus « rigides ». Dans ce cas, par une loi d'homogénéisation donnée (AFPS-CFMS, 2012), il est possible

d'obtenir un matériau globalement moins déformable pour une sollicitation donnée. La finalité de ce qui est appelé un « métamatériau » va plutôt résider, non pas à chercher à s'opposer à un effort ou à un déplacement imposé, mais à agir sur la propagation du signal lui-même : infléchir le trajet d'un rai sismique, filtrer certaines fréquences du signal, etc.

Venant du domaine de l'optique et de l'acoustique, des travaux de recherche portant sur l'optique transformationnelle, les modèles simplifiés de plaque (Farhat *et al.*, 2009) et les ondes hydrodynamiques à la surface de l'eau (Farhat *et al.* 2008, Berraquero *et al.* 2013, Dupont *et al.* 2015) ont contribué à la transposition aux ondes mécaniques sismiques avec des expérimentations sur site avec un réseau de forages verticaux vides (Brûlé *et al.*, 2014).

2. Les métamatériaux

Les cristaux photoniques (Yablonovitch, 1987) sont des nano-structures périodiques diélectriques (« isolantes ») ou métal-diélectriques qui affectent la propagation des ondes électromagnétiques. Les longueurs d'onde pouvant se propager dans la structure s'appellent les modes. Les groupes de modes autorisés : les bandes. L'absence de propagation des ondes électro-magnétiques pour une plage de fréquence : bande interdite (« band gap » en anglais). Les bandes interdites peuvent être prédites (élaboration d'un diagramme de dispersion). C'est Lord Rayleigh qui montre pour la première fois en 1887 la possibilité de produire des « bandes interdites ». La forme la plus simple de cristal photonique est une structure périodique à une dimension (1D) composée d'un empilement multicouche (« miroir de Bragg »). Un empilement de couches d'indices optiques différents créant des interférences constructives, sur le principe des réflexions et déphasage aux interfaces. Un cristal phononique est une structure périodique composée de matériaux de propriétés élastiques distinctes, conçue pour modifier la propagation des ondes élastiques (Economou et Sigalas, 1992). L'avènement des cristaux phononiques traduit le passage de longueurs d'onde nanométriques aux longueurs d'ondes micrométriques à métriques. En figure 2, une structure périodique réalisée avec des trous (voir aussi Benchabane *et al.* 2015) est présentée à l'échelle micrométrique (figure 2).

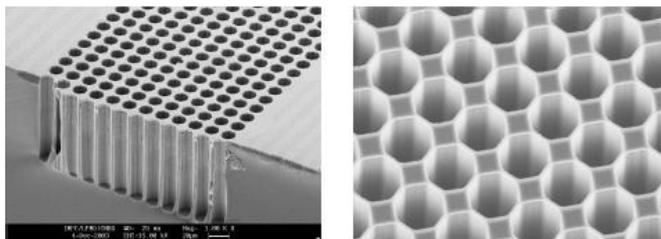


Figure 2. Cristal phononique dans une plaque de silicium. Diamètre des trous : 6 μm , profondeur 100 μm , bande interdite complète autour de 500 MHz (<http://www.femto-st.fr/>).

En 2001, le terme « métamatériau » a été proposé par R. M. Walser avec la définition suivante: « macroscopic composite having a manmade, three-dimensional, periodic cellular architecture designed to produce an optimized combination, not available in nature, of two or more responses to specific excitation ». La dimension des éléments constitutifs est inférieure à la longueur d'onde du signal entrant et les effets obtenus sont les conséquences d'une dispersion non conventionnelle comme l'indice de réfraction négatif, intervenant dans les concepts d'invisibilité (Guenneau, 2015).

3. Analogie avec les matériaux terrestres : cas du milieu périodique 2D

Considérons un milieu composite à deux dimensions avec une structuration périodique de cylindres, tel que décrit en figure 3. Pour le cas d'un objectif de bandes interdites, examinons ce qui a été étudié par certains auteurs à l'échelle millimétrique en termes de contraste de propriété entre la matrice et les éléments verticaux incorporés (Kushwaha, 1997, Vasseur *et al.*, 1998).

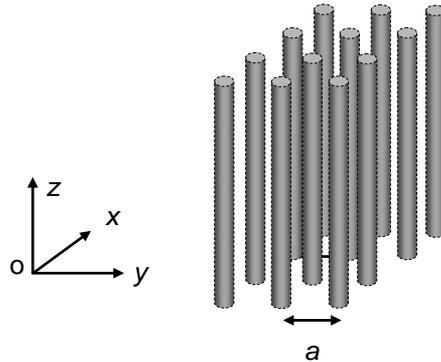


Figure 3. Schéma d'un cristal phononique à deux dimensions avec, en plan (O,x,y), une maille carrée d'entraxe a.

Prenons le cas de cylindres de Duralium dans une matrice en résine époxy (Vasseur *et al.*, 1998). Le Duralium est un alliage à base d'aluminium (> 90%), de cuivre (3 – 5%), de magnésium et de manganèse. Les caractéristiques de ces matériaux sont rappelées dans le tableau 1. Ces deux matériaux ont été choisis pour le contraste de leurs caractéristiques. Le modèle physique contenant les éléments verticaux est un cube de 10 cm de côté.

Tableau 1. Masses volumiques, vitesses longitudinales, vitesses transversales, module M d'onde de compression et module G de cisaillement pour le Duralium et la résine Epoxy (Vasseur *et al.*, 1998).

| | ρ | ν | C_l | C_t | $M = \rho C_l^2$ | $G = \rho C_t^2$ |
|----------|--------------------|-------|-------------------|-------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| | kg.m ⁻³ | - | m.s ⁻¹ | m.s ⁻¹ | 10 ¹⁰ N.m ⁻² | 10 ¹⁰ N.m ⁻² |
| Duralium | 2 799 | 0.34 | 6 342 | 3 095 | 11.26 | 2.681 |
| Epoxy | 1 142 | 0.38 | 2 569 | 1 139 | 0.754 | 0.148 |

Pour des matériaux terrestres, type argile, de consistance moyenne à bonne en termes géotechniques, ainsi que pour un béton altéré de résistance initiale à la compression $R_c = 12 \text{ MPa}$, les caractéristiques élastiques sont détaillées en tableau 2. La relation entre les ondes longitudinales et transversales est donnée par $(C_l/C_t)^2 = 2(1 - \nu) / (1 - 2\nu)$, permettant de calculer les coefficients de Poisson du duralium et de l'époxy. Le rapport des modules E est donné par : $E_{\text{duralium}}/E_{\text{epoxy}} = G_{\text{duralium}}(1 + \nu_{\text{duralium}}) / G_{\text{epoxy}}(1 + \nu_{\text{epoxy}})$.

Nous obtenons un rapport $E_{\text{duralium}}/E_{\text{epoxy}} = 17.65$ à comparer avec $E_{\text{béton}}/E_{\text{sol}} = 40$. Les rapports de module $E_{\text{duralium}}/E_{\text{epoxy}}$ et $E_{\text{béton}}/E_{\text{sol}}$ sont du même ordre de grandeur pour les valeurs choisies pour le sol.

Tableau 2. Masses volumiques, vitesses longitudinales, vitesses transversales, module M d'onde de compression et module G de cisaillement pour une argile et du béton altéré.

| | ρ | ν | C_l | C_t | $M = \rho C_l^2$ | $G = \rho C_t^2$ |
|------------------|--------------------|-------|-------------------|-------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| | kg.m ⁻³ | - | m.s ⁻¹ | m.s ⁻¹ | 10 ¹⁰ N.m ⁻² | 10 ¹⁰ N.m ⁻² |
| Argile ou sable | 1 800 | 0.3 | 673 | 360 | 0.082 | 0.023 |
| Béton C12 altéré | 2 200 | 0.2 | 3 500 | 2 143 | 2.695 | 1.011 |

Les dimensions des éléments sont également à comparer. Le dispositif millimétrique est composé de cylindres de Duralium de 16 mm de diamètre (d) pour un entraxe a de 20 mm. Avec une notion de substitution par rapport à la matrice, à savoir le rapport des surfaces inclusion/maille, $\pi d^2/a^2$, il faut comparer la valeur de 50% obtenue pour les cylindres de Duralium à ce qui peut se faire par exemple en renforcement de sol. Les inclusions en béton ont des diamètres compris entre 0.3 et 0.5 m, pour des entraxes de l'ordre de deux à trois diamètres, c'est-à-dire des substitutions de 4.9 à 8.7%, ce qui est beaucoup pour la seconde valeur.

La source utilisée dans cette expérience pouvait aller jusqu'à 500 kHz. Le vecteur déplacement élastique u est perpendiculaire à l'axe des cylindres. En raison des valeurs de vitesse des matériaux considérés, la plage de fréquence utilisée permet de couvrir une gamme de longueur d'onde très supérieure à inférieure à l'entraxe a . Dans le cas de la maille carrée, deux bandes de fréquences interdites ont été observées : 55 à 85 kHz et 115 à 125 kHz. A ces fréquences l'entraxe a est plus faible que les longueurs d'onde émises : $0.43 < a/\lambda < 0.97$ en considérant la vitesse de propagation longitudinale dans la résine d'époxy.

Les fréquences enregistrées pour les sollicitations sismiques sont comprises entre 0.1 et 10 Hz. En faisant l'hypothèse de milieux élastiques, toutes proportions gardées, si un rapport $a/\lambda \sim 0.5$ est recherché avec un maillage carré d'inclusions verticales à entraxe de l'ordre du mètre, il faut nécessairement considérer des sols à la vitesse de propagation très faible ($V_s < 150$ m/s).

4. Diagramme de dispersion

Le principal saut conceptuel est de transposer les outils des ondes électromagnétiques, régies par les équations de Maxwell, dans les milieux anisotropes aux ondes mécaniques (acoustiques et élastiques). Citons notamment la construction du diagramme de bandes définissant les bandes interdites d'une structure périodique (1D, 2D ou 3D) et d'identifier les modes guidés ou de surface. Pour une direction de propagation définie par le vecteur d'onde incident, on reporte un nombre donné de modes propres qui peuvent se propager dans la structure. Les modes propres sont des solutions fréquentielles des équations des ondes. Ce diagramme s'appelle diagramme de bandes ou diagramme de dispersion. Pour des raisons de périodicité dans le matériau, il suffit que le vecteur nombre d'onde couvre le domaine irréductible de Brillouin.

En figure 4, les droites représentent la relation de dispersion pour un milieu homogène, constitué d'un seul matériau. Les courbes rouges correspondent à un matériau constitué d'un empilement périodique tel que décrit à gauche. La région centrale $[-\pi/a, \pi/a]$ est la première zone de Brillouin, et l'intervalle $[0, \pi/a]$ est la zone irréductible de Brillouin. Cette notion de dispersion n'est pas exactement la même que celle utilisée en sismologie ou en prospection sismique. En effet, il est plutôt question de courbes de dispersion, traduisant la variation de la vitesse ou de la phase des ondes de surface en fonction de la fréquence. Cependant, en méthode d'analyse des ondes de surface (SASW, MASW), la dispersion est bien reliée au caractère stratifié du milieu.

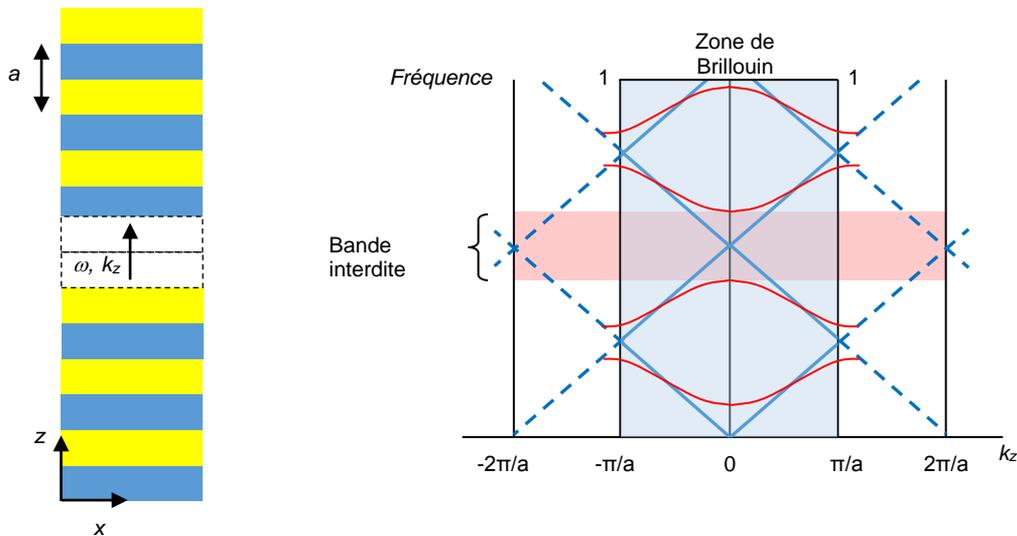


Figure 4. A gauche, succession régulière de deux matériaux terrestres (ρ_1, E_1, ρ_2, E_2) en couches horizontales, avec une périodicité a . A droite, principe du diagramme de dispersion pour une structure 1D constituée d'une alternance de deux matériaux.

En approche numérique, il existe deux façons différentes de connaître les propriétés de bandes interdites d'une structure périodique : la première consiste à chercher directement les modes propres de la cellule de base périodisée grâce aux conditions limites de Floquet et la deuxième consiste à introduire une source explicite et à regarder les coefficients de transmission et de réflexion pour une fréquence incidente donnée. La première méthode suppose que la cellule de base est "fermée" par des conditions limites sur toutes ses faces extérieures. Les conditions de fermeture peuvent être des conditions périodiques (auquel cas la cellule a la topologie d'un tore) ou des conditions absorbantes (par exemple des conditions absorbantes parfaitement adaptées, appelées « perfectly matched layers », PML). Dans ce cas il n'y a pas de source explicite extérieure, bien que les conditions de Floquet supposent l'existence implicite d'une onde plane incidente. La formulation de cette méthode aboutit à un problème de calcul de valeurs propres et donc les solutions modales sont multiples à chaque calcul. La deuxième méthode introduit une source de type onde plane, ainsi cette technique nécessite l'existence d'un demi-espace ouvert. Cette méthode ne peut pas gérer les problèmes périodiques dans les trois directions de l'espace. En revanche, elle s'applique très bien pour les milieux mono ou bi-périodiques. La formulation de cette méthode aboutit à un problème de résolution de système linéaire avec second membre conduisant à un champ d'onde.

5. Expériences en vraie grandeur

Pour observer expérimentalement (tests en vraie grandeur ou modèles réduits en centrifugeuse) les phénomènes décrits par les diagrammes de dispersion (réflexion de Bragg, résonance), il faut pouvoir disposer de sources générant des signaux à fréquences variables et contrôler la polarisation des ondes émises afin d'être conforme aux simulations numériques. Les tests déjà réalisés in situ (Brûlé *et al.*, 2014, Brûlé *et al.*, 2016) peuvent être à sources monochromatiques, fréquence fixe ou variable (vibreux cylindrique dans le sol ou plaque vibrante), ou polychromatiques (impact en surface, tir en forage) comme peut l'être un signal sismique provenant d'un phénomène tellurique. Ces tests avec des sources proches de la surface génèrent des ondes de volumes et de surface et, de fait, le signal propagé contient, en proportions variables selon la source, les composantes du déplacement dans les trois directions de l'espace.

Les tests réalisés en laboratoire sur des plaques avec des trous ou avec des inclusions (cylindres, billes, etc.) permettent de recourir à des outils de mesure (balayage laser, etc.) permettant de recueillir l'intégralité du champ de déplacement avec le pas d'échantillonnage souhaité. Sur les tests réalisés sur le terrain, le nombre de capteurs est nécessairement limité même si les technologies récentes sans fils permettent d'en envisager un nombre 10 à 100 fois plus important que pour les réseaux habituels. Au même titre que le pas d'échantillonnage en temps est déterminant sur le pas de fréquence espéré après transformation discrète de Fourier, le pas d'échantillonnage spatial 2D est déterminant pour l'établissement d'un diagramme de dispersion dans l'espace réciproque (k_x , k_y) et pour voir apparaître, le cas échéant, les bandes interdites fines.

De plus, les sols ayant des comportements rhéologiques parfois difficiles à quantifier (viscoélasticité, non-linéarités), les mesures in situ, sur la durée de l'expérimentation ou pérennes, demeurent certes une nécessité mais ne permettent pas les possibilités de paramétrage qu'offrent les modèles physiques à échelle réduite, embarqués en centrifugeuse.

6. Conclusions et perspectives

Les sols structurés sont déjà une réalité dans l'Acte de Construire. En comparant les ordres de grandeurs des contrastes de propriétés mécaniques des différents éléments et en examinant les longueurs d'onde sismiques, des similitudes existent entre les cristaux phononiques venant du domaine de l'Acoustique et un sol contenant des cylindres verticaux constitués d'un matériau beaucoup plus rigide. Pour rester dans les conditions des expérimentations en laboratoire (sur plaques ou cubes), il est nécessaire que les ondes sismiques aient une composante horizontale importante. Seront donc considérées soient les ondes de surface se propageant dans les remplissages alluvionnaires, soient les ondes de volume à fort angle d'incidence par rapport à la verticale (effets 2D/3D liés à la morphologie des bassins). Sur des maillages réguliers carrés ou en « nid d'abeille », la densité des inclusions verticales est significative et plus importante que celle correspondant à du renforcement de sol utilisé pour améliorer la portance des sols ou réduire leur tassement sous ouvrage. Dans un premier temps, de tels métamatériaux pourront voir le jour si, par exemple, un traitement plus classique pour le renforcement des sols est déjà prévu pour la portance et le tassement.

Les pistes à explorer sont probablement à rechercher dans les maillages non-réguliers, faisant appel à l'optique transformationnelle et l'anisotropie finement dimensionnée (Guenneau *et al.*, 2015), voir figure 5, et dans les taux de substitution importants (cellules en paroi sol-béton, en réseau 2D, voire 3D). Les sols considérés ayant des comportements rhéologiques parfois difficiles à quantifier (visco-élasticité, non-linéarités), les mesures in situ, sur la durée de l'expérimentation ou pérennes, demeurent une nécessité avec, probablement l'utilisation aussi, de modèles physiques à échelle réduite, embarqués en centrifugeuse (Semblat, 1995 et Chazelas, 1999).

Ces travaux sur les métamatériaux sismiques ouvrent une piste complémentaire dans le domaine de l'étude de l'interaction sol-structure (ISS), montrant que les structures enterrées peuvent interagir sur le signal sismique lui-même.

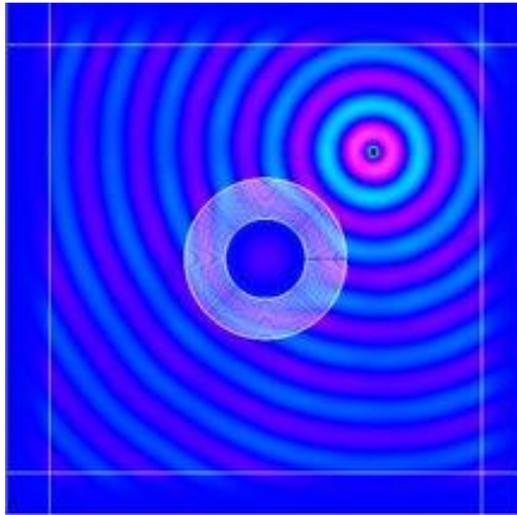


Figure 5. Simulation numérique d'onde de surface générée par une source sismique (en haut, à droite) dans un milieu argileux se propageant à travers une « cape sismique » (centre de la figure) constituée de couches concentriques de sols de densité et module de Young hétérogènes. L'onde contourne le disque au centre, qui est protégé des ondes.

7. Références bibliographiques

- AFPS et CFMS (2012). *Procédés d'amélioration et de renforcement de sols sous action sismique*, Guide technique, Presses des Ponts.
- Benchabane S., Gaiffe O., Salut R., Ulliac G., Laude V., Kokkonen K. (2015). Guidance of surface waves in a micron-scale phononic crystal line-defect waveguide, *Appl. Phys. Lett.*, 106 (8), 081903.
- Berraquero C.P., Maurel A., Petitjeans P., Pagneux V. (2013). Experimental realization of a water-wave metamaterial shifter, *Phys. Rev. E* 88, 051002.
- Brûlé S., Enoch S., Guenneau S. (2016). Flat lens for seismic waves, soumis.
- Brûlé S., Enoch S., Guenneau S. (2015). Seismic holes for controlling surface waves, *Proceedings of META'15, The 6th International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics*, 4 to 7 July 2015, New-York, USA.
- Brûlé S., Javelaud E.H., Enoch S., Guenneau S. (2014). Experiments on Seismic Metamaterials: Molding Surface Waves, *Phys. Rev. Lett.* 112, 133901.
- Chazelas J.L. (1999). Quinze ans de simulation sismique en centrifugeuse dans le monde, *Colloque national de Génie Parasismique*, Cachan, France.
- Dupont G., Kimmoun O., Molin B., Guenneau S., Enoch S. (2015). Numerical and experimental study of an invisibility carpet in a water channel, *Phys. Rev. E* 91, 023010.
- Economou E.N., Sigalas M.M. (1993). Classical wave propagation in periodic structures: Cermet versus network topology, *Phys. Rev. B* 48, 13434-13438.
- Farhat M., Enoch S., Guenneau S., Movchan A.B. (2009). *Phys. Rev. Lett.* **101**, 1345011, 2008.
- Farhat M., Guenneau S., Enoch S. (2009). *Phys. Rev. Lett.* **103**, 024301, 2009.
- Guenneau S., Enoch S., Brûlé S. (2015). Invisibilité en physique transformationnelle », *Actes de la conférence AFPS'15, 30 novembre au 2 décembre 2015*, Marne La Vallée, France.
- Kushwaha M.S. (1997). Stop-bands for periodic metallic rods – Sculptures that can filter the noise, *Appl. Phys. Lett.*, 70(24), pp. 3218-3220.

- Laude V., Khelif A., Benchabane S. An introduction to phononic crystals, available at <http://www.femto-st.fr/en/Popularization/An-introduction-to-phononic-crystals.php>
- Rayleigh J. W. S. (1888). On the remarkable phenomenon of crystalline reflexion described by Prof. Stokes, *Phil. Mag* **26**: 256–265.
- Semblat J.F. (1995). *Sols sous sollicitations dynamiques et transitoires : réponses dynamiques aux barres de hopkinson, propagation d'ondes en milieu centrifugé*. Laboratoire des Ponts et Chaussées. Série géotechnique GT 60.
- Semblat J.F., Pecker A. (2009). *Waves and vibrations in soils: earthquakes, traffic, shocks, construction works*, IUSS Press, Pavia.
- Uchida A., Yamada T., Odajima N., Yamashita K. (2012). Piled raft foundation with grid-form ground improvement subjected to the 2011 Earthquake, *Joint Conference Proceedings of the 9th International Conference on Urban Earthquake Engineering & 4th Asia Conference on Earthquake Engineering*, March 6-8, 2012, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, Japan, 151-156.
- Vasseur J.O., Deymier P.A., Frantziskonis G., Hong G., Djafari-Rouhani B., Dobrzynski L. (1998). Experimental evidence for the existence of absolute acoustic band gaps in two-dimensional periodic composite media, *J. Phys.: Condens. Matter* **10**, 6051 - 6064.
- Walser R.M. (2001). Electromagnetic metamaterials, paper presented at the *International Society for Optical Engineering (SPIE)*, San Diego, USA, vol. 4467, pp. 1-165.
- Yablonovitch E. (1987). Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2059.