

DETERMINATION DES PARAMETRES DES MODELES EMPIRIQUES DES PROPRIETES HYDRAULIQUES DES SOLS NON SATURES

Salima BOUCHEMELLA¹, Ibrahim ALIMI-ICHOLA²

¹ Laboratoire INFRARES, Département de Génie Civil, Univ. Souk Ahras, Souk Ahras, Algérie

² Laboratoire LGCIE, Insa de Lyon, Lyon, France

RÉSUMÉ – La modélisation des écoulements dans les sols non saturés nécessite la détermination des courbes de rétention $\theta(h)$ et de conductivité hydraulique $K(\theta)$. Dans cet article, nous montrons que l'ajustement de la courbe $\theta(h)$ n'est généralement pas suffisant pour décrire la courbe $K(\theta)$ et la variation spatio-temporelle de l'humidité dans le sol $\theta(z,t)$. Cette approche est validée sur deux sols différents.

ABSTRACT – The flow modelling in the unsaturated soils, requires to determine the retention curve $\theta(h)$ and the hydraulic conductivity curve $K(\theta)$ of studied soils. In this work, we show that the adjustment of the retention curve $\theta(h)$ is not generally sufficient to describe the hydraulic conductivity curve $K(\theta)$ and the spatio-temporal variation of the moisture in the soil $\theta(z,t)$. This approach is validated on two different soils.

1. Introduction

Dans la pratique, la courbe de rétention $\theta(h)$ est facile à mesurer par rapport à la courbe de conductivité hydraulique $K(\theta)$. Pour cette raison, plusieurs modèles empiriques ont été développés pour estimer ces deux propriétés hydrodynamiques en utilisant les mêmes paramètres, comme le modèle de van Genuchten-Mualem (1980 à 1976), et le modèle de Brooks et Corey (1964). Ces paramètres sont généralement obtenus par ajustement des points expérimentaux de la courbe de rétention $\theta(h)$ seulement, la courbe de conductivité hydraulique $K(\theta)$ est déduite après. Le but de ce travail est de vérifier si la courbe de conductivité hydraulique calculée avec ces paramètres ajustés peut décrire celle mesurée. Et si elle peut également fournir la variation spatio-temporelle de l'humidité dans le sol $\theta(z)$. Les modèles utilisés sont le modèle van Genuchten- Mualem (1980 - 1976) et le modèle de Brooks et Corey (1964), pour deux sols différents; l'argile du Gault et le limon de Givors. Ce choix est basé sur l'étude comparative menée par Sillers (1996), la popularité et la large utilisation de ces deux modèles, ainsi que la différence entre leurs deux expressions.

2. Propriétés hydrauliques

Les expressions des fonctions décrivant la courbe de rétention $\theta(h)$ et la courbe de conductivité hydraulique $K(\theta)$, des modèles utilisés dans ce travail, sont définies comme suit:

1.1. Modèle de van Genuchten-Mualem

$$\theta_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = [1 + (\alpha h)^n]^{-m} \quad (1)$$

$$K(\theta) = K_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{0.5} \left[1 - \left[1 - \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{1}{m}} \right]^m \right]^2 \quad (2)$$

Où: θ_e : teneur en eau volumique normalisée; θ_s : teneur en eau volumique à saturation [L^3/L^3]; θ_r : teneur en eau volumique résiduelle [L^3/L^3]; K_s : conductivité hydraulique à saturation [$L.T^{-1}$]. α : paramètre lié à la pression d'entrée d'air [L^{-1}]; n : coefficient adimensionnel, lié à la distribution de tailles de pores avec $n \geq 1$; m : coefficient de Mualem défini par: $m=1-1/n$ (Mualem, 1976).

2.1. Modèle de Brooks et Corey

$$\theta = \theta_s \text{ pour } h \leq h_{ae} \quad \theta_e(h) = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left(\frac{h_{ae}}{h} \right)^N \text{ pour } h > h_{ae} \quad (3)$$

$$K(\theta) = K_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{M}{N}} \quad (4)$$

Où: θ_e : teneur en eau volumique normalisée; θ_s : teneur en eau volumique à saturation [L^3/L^3]; θ_r : teneur en eau volumique résiduelle [L^3/L^3]; K_s : conductivité hydraulique à saturation [$L.T^{-1}$]; h_{ae} : pression d'entrée d'air [L]; N : indice de distribution de taille de pore; M : constante définie par $M=2+3N$.

Tableau 1. Caractéristiques géotechniques des sols étudiés.

Propriétés	Argile du Gault	Limon de Givors
% éléments < 80µm	100	92
% éléments < 2µm	69	15
W_L (%)	40	33
W_P (%)	19	23
IP (%)	21	10
W_{opt} (%)	17.5	16.3
K_s (cm/mn)	$1.5 \cdot 10^{-6}$	$1.2 \cdot 10^{-4}$
θ_s (cm ³ /cm ³)	0.365	0.355
θ_r (cm ³ /cm ³)	0.125	0.025
(γ_d / γ_w)	1.77	1.73

2.2. Caractéristiques géotechniques des sols étudiés

Les sols étudiés dans ce travail sont l'argile du Gault et le limon de Givors. Les caractéristiques géotechniques de ces sols, déterminées par Bentoumi (1995) et Bentoumi et Alimi-Ichola (1996) sont présentées dans le tableau 1.

3. Identification des paramètres

3.1. Courbe de rétention

Les valeurs des paramètres des modèles empiriques (équations 1 et 3) ajustées à partir des points mesurés de la courbe de rétention, pour les deux sols étudiés, sont récapitulées dans les tableaux 2 et 3 respectivement pour les modèles de van Genuchten- Mualem (1980-1976), et de Brooks & Corey (1964) (Bentoumi, 1995, Bouchemella et al., 2015).

Selon les tableaux 2 et 3, les valeurs des paramètres d'ajustement des deux modèles sont obtenues avec des coefficients de corrélation très élevés pour les deux sols, ce qui reflètent la bonne précision des paramètres du modèle de rétention dans la description des données observées.

Tableau 2. Valeurs des paramètres du modèle de van Genuchten-Mualem ajustés de $\theta(h)$

Paramètres	Argile du Gault	Limon de Givors
α (cm ⁻¹)	0.001975	0.002987
n	1.163	1.2845
m	0.149	0.221
r	0.971	0.9726

Tableau 3. Valeurs des paramètres du modèle de Brooks & Corey ajustés de $\theta(h)$

Paramètres	Argile du Gault	Limon de Givors
h_{ae} (cm)	190.54	77.446
N	0.0998	0.1498
M	2.299	2.449
r	0.978	0.989

3.1. Courbe de conductivité hydraulique

La courbe de conductivité hydraulique $K(\theta)$ calculée par les modèles empiriques (équations 2 et 4), en utilisant les paramètres ajustés (tableaux 2 et 3), est comparée à la courbe de conductivité hydraulique mesurée, déterminée par la méthode des profils instantanés (Mesure indirecte) (Bentoumi, 1995; Bentoumi et Alimi-Ichola 1996). Le but de cette comparaison consiste à vérifier si $K(\theta)$ calculée peut décrire celle mesurée, et si l'estimation des paramètres en ajustant seulement les points de mesure de θ (h) est suffisante. Cette comparaison est effectuée en déterminant le coefficient de corrélation, comme il est représenté sur les tableaux 4 et 5 respectivement pour le modèle van Genuchten-Mualem et le modèle de Brooks & Corey. Ces courbes mesurées et calculées pour les deux modèles sont présentées sur la figure 1.a pour l'argile du Gault et sur la figure 1.b pour le limon de Givors.

A partir des figures 1.a et 1.b, il est constaté que les valeurs des paramètres ajustés de la courbe de rétention des modèles de van Genuchten-Mualem et de Brooks et Corey ne peuvent pas représenter fidèlement la courbe de conductivité hydraulique mesurée, pour les deux sols étudiés. Aucune corrélation n'a été obtenue pour chaque cas.

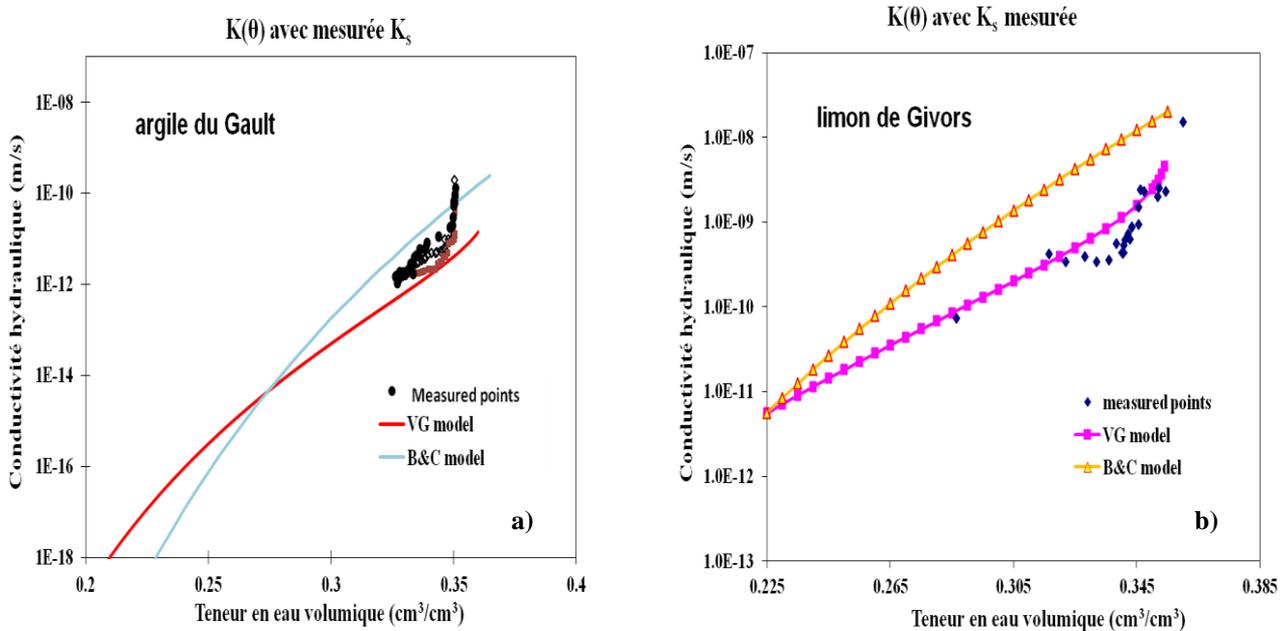


Figure 1. Courbes de conductivité hydraulique calculées avec paramètres déduits des courbes de rétention: a) cas de l'argile du Gault , b) cas du limon de Givors.

En raison du grand écart observé, deux ajustements sont effectués. Le premier consiste à déterminer les valeurs des paramètres des modèles empiriques en ajustant les points de mesure de la courbe de conductivité hydraulique. Dans le second, une correction est apportée à la valeur de K_s estimée à partir de la courbe de conductivité hydraulique mesurée, en conservant les paramètres déterminés par calage sur la courbe de rétention.

Tableau 4. Les nouvelles valeurs des paramètres du modèle de van Genuchten-Mualem ajustées de $K(\theta)$ en utilisant K_s mesurée

Sols	n	m	r
Argile du Gault	0.456	0.313	0.363
Limon de Givors	1.358	0.264	0.668

Tableau 5. Les nouvelles valeurs des paramètres du modèle de Brooks et Corey ajustées de $K(\theta)$ en utilisant K_s mesurée

Sols	N	M	r
Argile du Gault	2.92	9.76	1.67
Limon de Givors	3.734	13.202	2.93

3.1.1. Estimation des paramètres des modèles par calage sur $K(\theta)$ en gardant K_s mesurée.

Le premier ajustement consiste, en gardant la valeur de K_s , à déterminer par calage sur la courbe de conductivité hydraulique les paramètres des modèles, (n) pour le modèle de van Genuchten-Mualem et (N) pour le modèle de Brooks & Corey (m et M sont déduits après). Les résultats de cet ajustement sont indiqués sur les tableaux 4 et 5. Par la suite une comparaison de la courbe de rétention mesurée et celle calculée avec ces nouvelles valeurs ajustées est effectuée.

Les valeurs des coefficients de corrélation obtenus de l'ajustement des courbes mesurées de la conductivité hydraulique $K(\theta)$ sont faibles. Pour le modèle de van Genuchten-Mualem, ils sont de l'ordre de 0.363 pour l'argile du Gault et de 0.668 pour le limon de Givors. Pour le modèle de Brooks & Corey, les valeurs des coefficients de corrélation obtenus pour les deux sols sont supérieures à 1, (le logiciel d'ajustement utilisé Curve Expert_1.3 donne des valeurs de $r > 1$ dans le cas où les données des paramètres ne sont pas correctes). De plus, ce cas d'ajustement ne permet pas de déterminer les valeurs de α et h_{ae} . Ainsi, la courbe de rétention $\theta(h)$ de chaque modèle ne peut pas être définie. Ce qui nous conduit à ne pas accepter les valeurs trouvées.

3.1.2. Estimation d'une nouvelle valeur de K_s en gardant les paramètres ajustés de $\theta(h)$. Dans le deuxième ajustement, et sachant que la valeur de la perméabilité K_s a été obtenue par la méthode des profils instantanés (méthode de mesure indirecte), nous avons essayé de trouver la meilleure valeur de K_s qui donne une bonne corrélation des deux fonctions $K(\theta)$ (mesurée et calculée) en gardant les paramètres obtenus par ajustement de la courbe de rétention $\theta(h)$ indiqués précédemment sur les tableaux 2 et 3.

Tableau 6. Valeurs de K_s calculée pour le modèle de van Genuchten-Mualem

Sols	K_s calculée (cm/mn)	r
Argile du Gault	$1.914 \cdot 10^{-5}$	0.630
Limon de Givors	$7.98 \cdot 10^{-5}$	0.818

Tableau 7. Valeurs de K_s calculée pour le modèle de Brooks & Corey

Sols	K_s calculée (cm/mn)	r
Argile du Gault	$1.92 \cdot 10^{-6}$	0.668
Limon de Givors	$1.26 \cdot 10^{-5}$	0.770

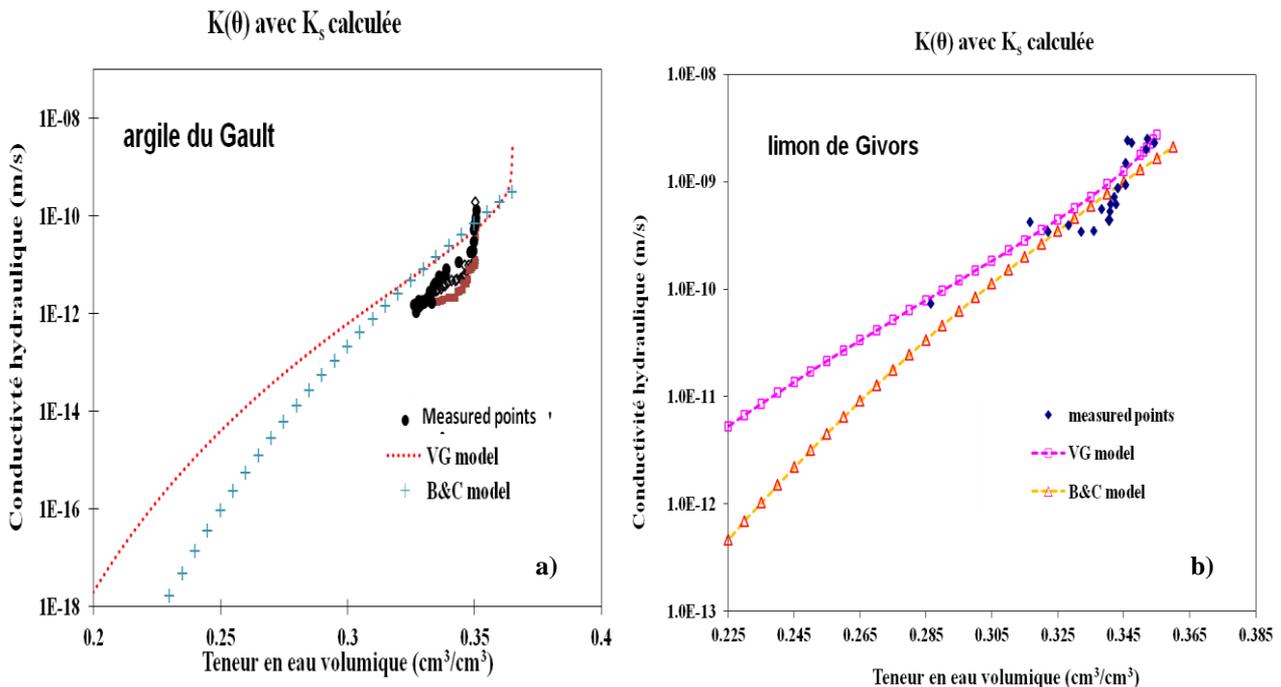


Figure 2. Courbes de conductivité hydraulique calculées avec la nouvelle valeur de K_s
a) cas de l'argile du Gault, b) cas du limon de Givors

La figure 2.a et les tableaux 6 et 7 montrent que pour l'argile du Gault, le résultat du deuxième ajustement n'est pas assez satisfaisant; les coefficients de corrélation obtenus sont de l'ordre de 0.630 pour le modèle van Genuchten-Mualem et K_s égale à $1.914 \cdot 10^{-5}$ (cm/mn), et de l'ordre de 0.668 pour le modèle Brooks & Corey et K_s égale à $1.92 \cdot 10^{-6}$ (cm/mn). La difficulté de trouver un coefficient de corrélation acceptable est due au faible nombre de points de mesure compris entre θ_r et θ_s . En effet, la teneur en eau volumique varie de $\theta_i=0.325$ à $\theta_s=0.365$ quand $\theta_r=0.125$.

Mais pour le limon de Givors, avec la nouvelle valeur estimée de K_s , les tableaux 8 et 9 montrent qu'une bonne corrélation est obtenue. Les coefficients de corrélation sont de l'ordre de 0.818 pour le modèle de van Genuchten-Mualem et de 0.770 pour le modèle de Brooks & Corey. La figure 2.b montre une nette amélioration des courbes calculées par rapport à celles de la figure 1.b.

4. Profils hydriques

Les profils hydriques $\theta(z)$ présentent la variation spatio-temporelle de l'humidité dans le sol. Ils sont déterminés par la résolution de l'équation de Richards donnée par l'équation 5, pour le cas d'un écoulement unidirectionnel, pour un sol homogène et indéformable:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[k(\theta) \frac{\partial}{\partial z} (h+z) \right] \quad (5)$$

Où: θ : teneur en eau volumique du sol [L^3/L^3], t : temps [T], K : conductivité hydraulique [L/T], h : potentiel de pression [L], z : la profondeur [L].

Dans cette étude, nous utilisons le modèle numérique développé par Bouchemella (2015) et Bouchemella et al. (2015) basé sur la résolution de la forme capacitive de l'équation de Richards, écrite comme suit:

$$C(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k(h) \frac{\partial h}{\partial z} + k(h) \right) \quad (6)$$

Où: $C(h) = \partial \theta / \partial h$ est la capacité capillaire du sol [L^{-1}], ($h > 0$ est une succion)

Pour résoudre l'équation (6), $\theta(h)$ et $K(\theta)$ sont définies en utilisant les valeurs des paramètres ajustés de $\theta(h)$ mesurée, et en utilisant aussi la valeur mesurée de K_s pour l'argile du Gault, et la valeur K_s estimée pour le limon de Givors. Afin de tester l'impact du choix de la méthode d'ajustement sur la description des profils hydriques $\theta(z)$. Dans cette section, seul le modèle de van Genuchten- Mualem est utilisé.

4.1. Argile du Gault

Le problème étudié est une simulation d'infiltration verticale menée sur une colonne de sol de 25 cm. Le domaine d'écoulement est une couche homogène d'argile du Gault. Les propriétés hydrauliques sont définies avec le modèle de van Genuchten-Mualem, dont les valeurs des paramètres sont citées dans le tableau 2, et en utilisant la valeur mesurée de K_s . Une charge hydraulique ($h_0 = -100$ cm) est imposée à la face supérieure de la colonne associée à un flux nul à sa face inférieure. Le potentiel de pression initial du sol est pris égal à $h_i = 1193.397$ cm ce qui correspond à une teneur en eau volumique $\theta_i = 0.325$ (cm^3/cm^3). Les profils hydriques calculés sont confrontés à ceux mesurés dans les mêmes conditions initiales et limites, obtenues par Bentoumi & Alimi-Ichola (1996) comme il est indiqué sur la figure 3.

De la figure 3, nous pouvons observer que les profils hydriques calculés de l'argile du Gault sont en avance par rapport à ceux mesurés. Lorsque le front d'humidité Z_f au temps

7,44 jours, obtenus par le profil calculé, est situé à une profondeur de $Z_{fc}=13$ cm à partir de la surface de la colonne. Il est à $Z_{fm}=6.3$ cm pour le profil hydrique mesuré. Ainsi, l'infiltration calculée est plus rapide que celle mesurée. On peut donc déduire pour le cas de l'argile du Gault, que les valeurs des paramètres des propriétés hydrauliques ajustés uniquement de la courbe de rétention mesurée ne peuvent pas décrire à la fois la courbe de la conductivité hydraulique, et la variation spatio-temporelle de l'humidité dans le sol $\theta(z,t)$.

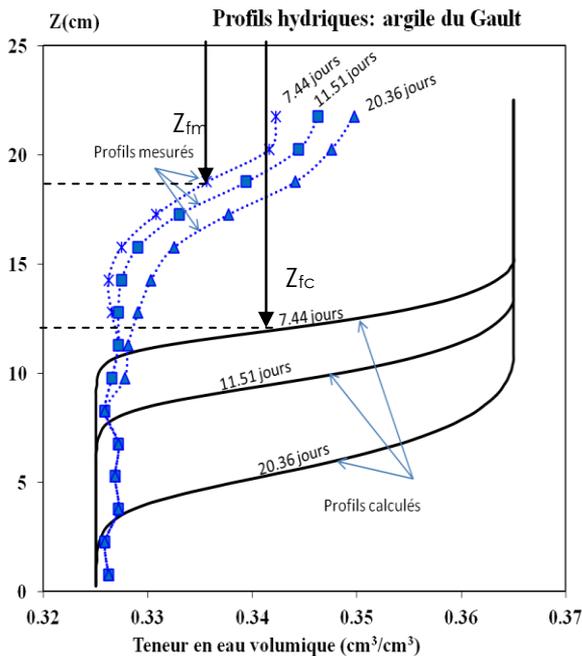


Figure 3. Profils hydriques de l'argile du Gault.

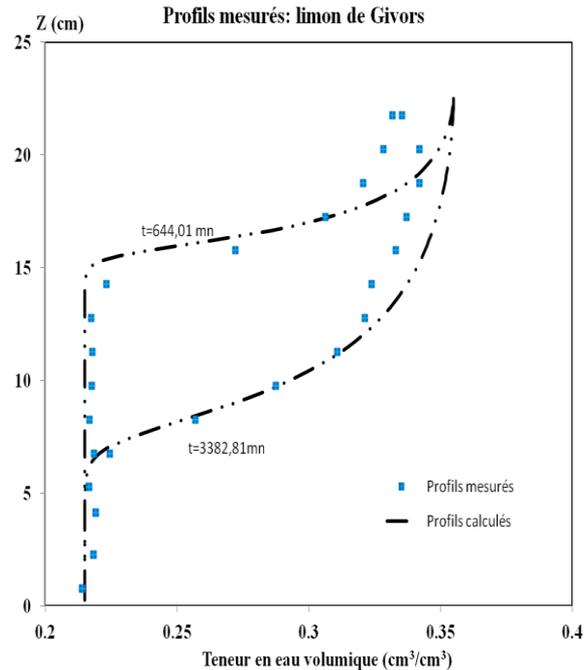


Figure 4. Profils hydriques de limon de Givors.

4.2. Limon de Givors

La simulation est réalisée sur une colonne de limon de Givors de 25 cm. Une charge nulle est imposée à la surface de la colonne combinée avec un flux nul à sa face inférieure. La valeur initiale de la teneur en eau θ_i est $0.215 \text{ (cm}^3/\text{cm}^3)$, égale à celle utilisée dans l'essai expérimental. Le modèle empirique de van Genuchten-Mualem est utilisé, avec les valeurs des paramètres indiquées sur le tableau 2 et la valeur calculée de K_s (tableau 8). Les résultats sont présentés sur la figure 4.

La figure 4 montre que les profils hydriques calculés de limon de Givors sont très proches à ceux mesurés, en particulier au moment 3382,81 mn. Une légère différence de la saturation à la surface est constatée. Nous pouvons donc en déduire pour le limon Givors, que les valeurs des paramètres des propriétés hydrauliques ajustés de la courbe de rétention peuvent décrire la courbe de conductivité hydraulique, ainsi que la variation spatio-temporelle de l'humidité dans le sol $\theta(z)$ avec une légère correction apportée sur la valeur de K_s .

5. Conclusions

Dans cette étude, nous avons montré que l'ajustement des paramètres des modèles empiriques décrivant les propriétés hydrauliques (courbe de rétention et la conductivité

hydraulique), à partir des points de mesure de la courbe de rétention, ne conduit pas nécessairement à bien décrire la courbe de conductivité hydraulique, et de prédire l'avancement du front d'humidité présenté par le profil hydrique (cas de l'argile du Gault).

Nous avons également montré que certaines corrections effectuées sur la conductivité hydraulique à saturation (sachant que la valeur de celle-ci est entachée d'erreurs) avec le maintien de ces paramètres ajustés de la courbe de rétention, peuvent conduire à la bonne description de la courbe de la conductivité hydraulique et les profils hydriques (cas de limon de Givors).

5. Références bibliographiques

- Bentoumi O. (1995). Transfert par infiltration de l'eau dans les sols fins compactés non saturés. Etude de la diffusivité et de la conductivité. *Thèse de doctorat, LGCIE, Insa-Lyon, France.*
- Bentoumi O., Alimi-Ichola I. (1996). Experimental determination of the hydraulic conductivity of an unsaturated soil in laboratory. *Bulletin of the International Association for Engineering Geology. Paris, No.53, 21-27.*
- Bouchemella S. (2015). *Contribution à la simulation numérique des écoulements dans les milieux poreux non saturés.* Thèse de Doctorat, Univ. Guelma. Algérie.
- Bouchemella S., Séridi A., Alimi-Ichola I. (2015). Numerical simulation of water flow in unsaturated soils: comparative study of different forms of Richards's equation. *European Journal of Environmental and Civil Engineering vol. 19, 1, pp. 1-26.* DOI: 10.1080/19648189.2014.926294.
- Brooks R. H., Corey A. T. (1964). Hydraulic properties of porous media. *Hydrology Paper, 3, Colorado state university, Fort Collins, CO..*
- Mualem Y. (1976). New model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resour. Res., 12, pp. 513-296.*
- Sillers W. (1996)., The mathematical representation of the soil-water characteristic curve. M.Sc. thesis, University of Saskatchewan, Sask, Canada.
- van Genuchten M. TH. (1980). A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci. Am. J., 44, pp. 892-898.*