

APPROCHE ANALYTIQUE DE L'INFLUENCE DE LA PLASTICITE POUR LA PREVISION DES TASSEMENTS DIFFERENTIELS D'UNE STRUCTURE

ANALYTICAL MODEL FOR THE YIELDING INFLUENCE OVER THE BUILDING DIFFERENTIAL SETTLEMENT ASSESMENT

Bakri BASMAJI¹, Olivier DECK², Marwan AL HEIB³.

1 Université de Lorraine, CNRS, CREGU, GeoRessources laboratory, Ecole des Mines de Nancy, Campus Artem, CS14234, 54042, Bakri.BASMAJI@gmail.com

2 Université de Lorraine, CNRS, CREGU, GeoRessources laboratory, Ecole des Mines de Nancy, Campus Artem, CS14234, 54042, olivier.deck@mines-nancy.univ-lorraine.fr

3 INERIS –, Marwan.ALHEIB@ineris.fr.

Résumé : L'objectif de cet article est d'étudier l'influence de la prise en compte du comportement élasto-plastique du terrain sur la déflexion finale d'un bâtiment induite par un mouvement de terrain, compte tenu des phénomènes d'interaction sol-structure. Le sol est modélisé avec le modèle de Winkler auquel on ajoute une limitation des pressions maximales admissibles. Le bâtiment est modélisé par une poutre d'Euler-Bernoulli avec une charge uniforme reposant sur un sol qui subit une courbure équivalente aux déplacements en champ libre du terrain. L'équilibre statique et cinématique du terrain et du bâtiment sont alors calculés pour évaluer la situation d'équilibre finale dont on déduit la déflexion finale du bâtiment. Les résultats montrent l'importance du comportement du sol pour déterminer la déformée finale de la structure. La prise en compte de la plasticité du sol réduit la déformée finale du bâtiment.

ABSTRACT — This paper aims to develop an analytical model which can predict the building-relevant deflections induced by a subsidence by taking into account the soil-structure interaction and by considering an elasto-plastic behavior of the. The soil is modeled with the Winkler model with a threshold of the maximal vertical pressure. The building is modeled with an Euler-Bernoulli beam with a uniform load, lying upon an initial curved ground equivalent to the free field ground movements. The static and cinematic equilibrium of both the ground and the building are then calculated to assess the final building deflection and ground shape. Results show a significant influence of the change of soil behavior.

1. Introduction

L'origine des mouvements de terrain à la surface est nombreuse (retrait-gonflement, affaissement minier, influence d'une excavation...). Lorsqu'un bâtiment existe dans une zone de mouvement de sol, il est susceptibles d'être endommagé. En réponse à

cette problématique, des méthodes empiriques, physiques, numériques, et analytiques ont été développées pour étudier l'influence des phénomènes d'interaction sol-structure pour évaluer l'amplitude des mouvements du terrain transmis aux bâtiments.

Les différentes approches proposées pour étudier le comportement des ouvrages et leur vulnérabilité en zone de mouvement de terrains mettent en évidence la nécessité de distinguer deux mouvements du terrain (Fig 1):

- Le mouvement en champ libre Δ_0 qui caractérise le mouvement subi par le terrain en l'absence de toute interaction avec un ouvrage. Il correspond à la déflexion maximale que le bâti est susceptible de subir sous l'hypothèse que la totalité du mouvement du terrain lui est transmise. Il existe une relation géométrique entre la courbure du terrain, la déflexion et la longueur du bâtiment (Burland et Wroth 1974, Kratzsch 1983) :

$$\Delta_0 = \frac{L^2}{8R}$$

Équation 1

- La déflexion transmise au bâti Δ qui peut être significativement inférieure au déplacement en champ libre compte tenu des phénomènes d'interaction sol-structure qui dépendent en premier lieu de la rigidité relative du bâtiment par rapport au terrain.

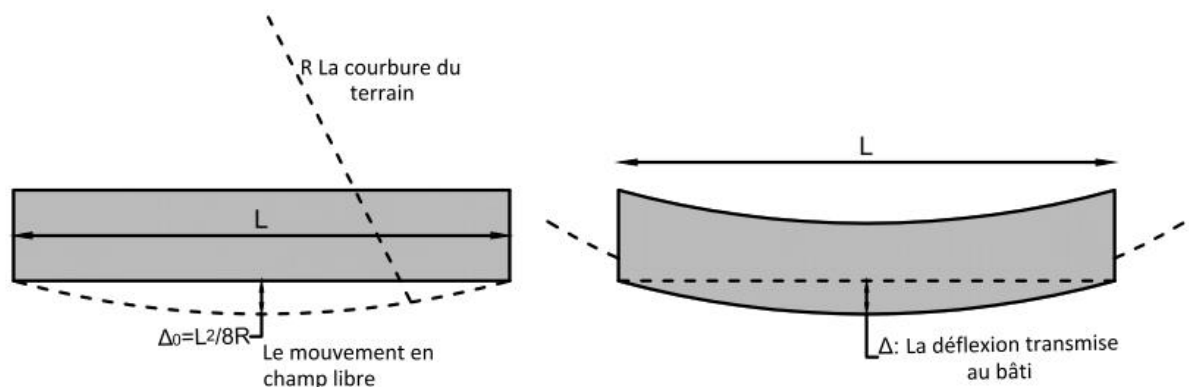


Figure 1: Mouvement en champ libre Δ_0 et déflexion transmise au bâti Δ .

Le calcul de la valeur de la déflexion du bâtiment Δ est assez difficile car elle dépend à la fois de la valeur de Δ_0 , des propriétés mécaniques du terrain et du bâtiment et du chargement (poids propre). Le taux de transmission des mouvements du terrain vers le bâtiment Δ / Δ_0 a été étudiée en utilisant des méthodes numériques, analytiques et des modèles physiques (Potts et Addenbrooke 1997, Franzius et al. 2005, Deck et Singh 2010, Hor 2012, Caurdon 2007, Ngeim 2013). La modélisation numérique par éléments finis présente l'avantage de prendre en compte des configurations complexes, mais l'inconvénient de ne pas fournir de résultats génériques. Au contraire, une modélisation analytique ne permet pas de prendre en compte des configurations complexes, mais permet d'obtenir rapidement des

résultats pour une plage de variation importante des paramètres du modèle. En outre les modèles analytiques permettent plus aisément de faire des études de sensibilité. (Deck et Singh, 2010) ont utilisé un modèle analytique, basé sur une modélisation du bâtiment par une poutre et du terrain par des éléments de Winkler, pour calculer le taux de transmission de la déflexion Δ/Δ_0 . Cette approche s'inscrit dans la lignée des méthodes initialisées par (Burland et Wroth, 1974) et ont fait l'objet d'un grand nombre de développements pour quantifier les dommages subis par un bâtiment et provoqués par le mouvement du terrain (Boscardin et Cording 1989, Finno et al. 2005). Dans ces méthodes, les bâtiments sont modélisés par une poutre d'Euler-Bernoulli. Le modèle de (Deck et Singh, 2010) permet de prévoir que la déflexion Δ dépend d'un paramètre de rigidité relative Equation 2

$$\rho^* = \frac{EI}{K_w BL^4} \quad \text{Équation 2}$$

avec K_w le module de réaction du sol [Pa/m] (modèle de Winkler), EI la rigidité à la flexion de la poutre (E : module de Young du bâti et I le moment d'inertie), B la largeur du bâti, L la longueur du bâtiment.

Les résultats obtenus peuvent se représenter sous la forme d'une courbe reliant le taux de transmission de la déflexion à la rigidité relative en flexion (figure 2)

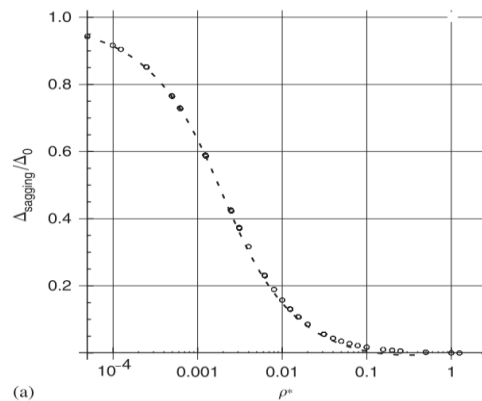


Figure 2: Taux de transmission maximal de la déflexion en fonction de la rigidité relative en flexion (Deck et Singh 2010)

Une critique importante de ce modèle est qu'il ne tient pas compte de la rupture du terrain associée à la redistribution des contraintes verticales sous le bâti. (Deck, 2002) a identifié ce phénomène à l'aide de modélisations numériques.

L'objectif de ce travail est d'approfondir l'approche analytique proposée par (Deck et Singh, 2010) en prenant en compte un comportement élasto-plastique du terrain. On se limitera ici aux situations où le bâti conserve un contact avec le terrain sur toute sa longueur.

2. Présentation du modèle analytique

2.1. Le modèle analytique développé

(Deck et Singh, 2010) ont développé un modèle analytique qui consiste à rechercher la position d'équilibre d'une poutre ayant un comportement élastique reposant sur un terrain initialement soumis à une courbure et modélisé par des éléments de ressort de Winkler (Equation 3), en supposant un comportement élastique pour les ressorts de Winkler.

$$p(x) = K_w \cdot w(x)$$

Équation 3

Avec $p(x)$ [N/m] la charge linéique s'appliquant sur une largeur B de la poutre, $w(x)$ le déplacement vertical du sol [m], et K_w le module de réaction du sol [MN/m^3]

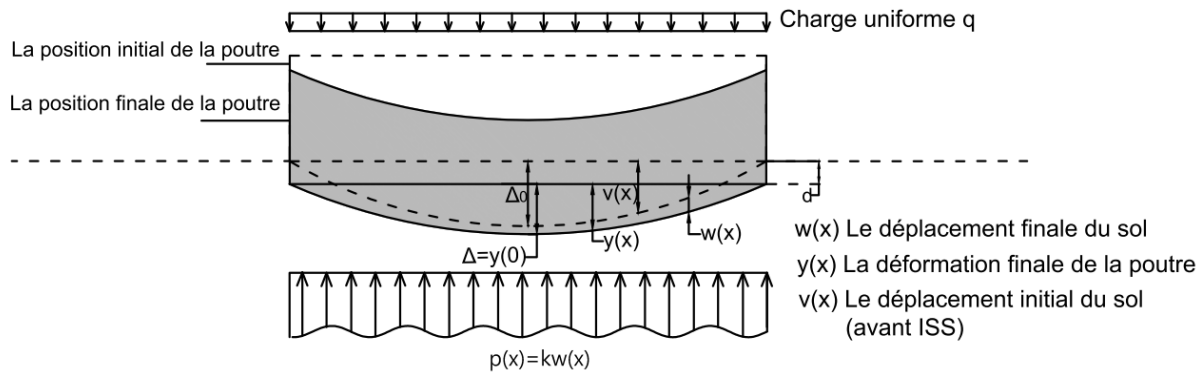


Figure 3 : Différents mouvements du terrain et du bâti pour étudier l'influence d'une courbure initiale du terrain $v(x)$ sur la déformée finale du bâti $y(x)$

Dans la figure 3, $v(x)$ correspond au mouvement du terrain en champ libre. Un modèle parabolique est choisi pour introduire la déflexion du terrain en champs libre Δ_0 (Equation.4) ; $w(x)$ correspond au tassement additionnel du terrain associé à la présence du bâtiment et $y(x)$ correspond à la déformée verticale du bâti (d étant son mouvement vertical de corps rigide). La déflexion finale du bâti que l'on cherche à calculer est donc égale à $\Delta = y(0)$.

$$v(x) = \Delta_0 \left(1 - 4 \frac{x^2}{l^2}\right)$$

Équation 4

Le bâtiment est modélisé par une poutre d'Euler-Bernoulli dont le comportement mécanique est exprimée par l'Equation 5

$$y''(x) = \frac{-M(x)}{EI}$$

Équation 5

Avec : $y(x)$ la déformée du bâtiment, $M(x)$ le moment fléchissant et EI la rigidité en flexion.

Le comportement du terrain est considéré élasto-plastique parfait. Si on note $p(x)$ la répartition de charge à l'interface sol-structure, on considèrera ici que cette charge est limitée par une valeur p_{ult} qui représente la capacité portante du sol. On utilisera donc le modèle de Winkler complété par cette valeur limite (Equation 6).

$$p(x) = \max \left\{ \begin{array}{l} p_{ult} \\ K_w \cdot B \cdot w(x) \end{array} \right.$$

Équation 6

Avec $p(x)$ [N/m] la charge linéique s'appliquant sur une largeur B de la poutre, $w(x)$ le déplacement vertical du sol [m], K le module de réaction du sol [MN/m^3] et p_{ult} la charge linéique maximale acceptable par le terrain compte tenu de sa capacité portante.

Même si le modèle de Winkler présente des inconvénients relatifs au choix du module de réaction du sol, un certain nombre d'études relatives aux fondations et soutènements mettant en œuvre des phénomènes d'ISS ont été effectuées sur la

base de ce modèle en raison de sa simplicité (Vesic, 1963, Biot, 1937 et Terzaghi, 1955). Dans la suite, on supposera que le module de réaction du terrain pourra être estimé par l'équation 7 (Selvadurai, 1979). Ce point mériterait à lui seul une discussion approfondie qui ne fait pas l'objet des objectifs de cet article.

$$K_w = \frac{0.65 E_g}{B(1-\mu^2)} \quad \text{Équation 7}$$

On note p_{ult} la charge linéique maximale qui représente la capacité portante du sol et qu'on calculera par la méthode de superposition de Terzaghi d'équation 8,

$$P_{ult} = cN_c + 0.5B\gamma_1 \cdot N_\gamma + (q + \gamma_2 D) N_q \quad \text{Équation 8}$$

γ_1 : poids volumique du sol sous la base de la fondation ;

γ_2 : poids volumique du sol latéralement à la fondation ;

q : surcharge verticale latérale à la fondation ;

c : cohésion du sol sous la base de la fondation ;

B : largeur de la fondation ;

D : profondeur d'encastrement de la fondation (profondeur à laquelle se trouve la base de la fondation).

N_c, N_q, N_γ : facteurs de portance qui ne dépendent que de l'angle de frottement interne Φ du sol sous la base de la fondation (Terzaghi, 1943).

De la Figure 3, on peut montrer que la condition de non interpénétration entre le terrain et le bâti impose qu'en chaque point de contact entre le terrain et le bâti, l'équation 6 soit vérifiée:

$$y(x) = w(x) - d + v(x) \quad \text{Équation 9}$$

Avec, $d = w(L/2)$ le déplacement de corps rigide du bâti.

L'association du modèle de Winkler (Equ 6), de l'équation différentielle du bâti (Equ. 5) et de la condition de non interpénétration (Equ. 9) permet d'aboutir à l'équation différentielle caractéristique du système (Equ. 10).

$$\begin{cases} \text{si } p(x) < P_{ult} \rightarrow EI \cdot y^4(x) + K_w B \cdot (d - v(x) + y(x)) = q \\ \text{si } p(x) > P_{ult} \rightarrow EI \cdot y^4(x) + p_{ult} = q \end{cases} \quad \text{Équation 10}$$

L'objectif est donc ici de résoudre cette équation différentielle afin de calculer la valeur de la déflexion finale du bâti : $\Delta = y(0)$.

2.2. Résolution du problème

Une procédure de résolution numérique utilisant la méthode des différences finies a été mise en œuvre. Cette méthode consiste à approximer la dérivée d'une fonction par la pente de la fonction sous une distance assez petite. Quand la discrétisation devient suffisamment grande, une bonne approximation de la dérivée de la fonction peut être obtenue. Pour une fonction continue de $y(x)$, la dérivée peut être approximée par trois opérateurs avant, arrière et centré.

Dans cette étude, la méthode des différences finies a été utilisée avec l'opérateur avant défini ci-dessous. Les différents ordres de dérivation par la méthode des différences finies sont présentés sur la Figure 4.

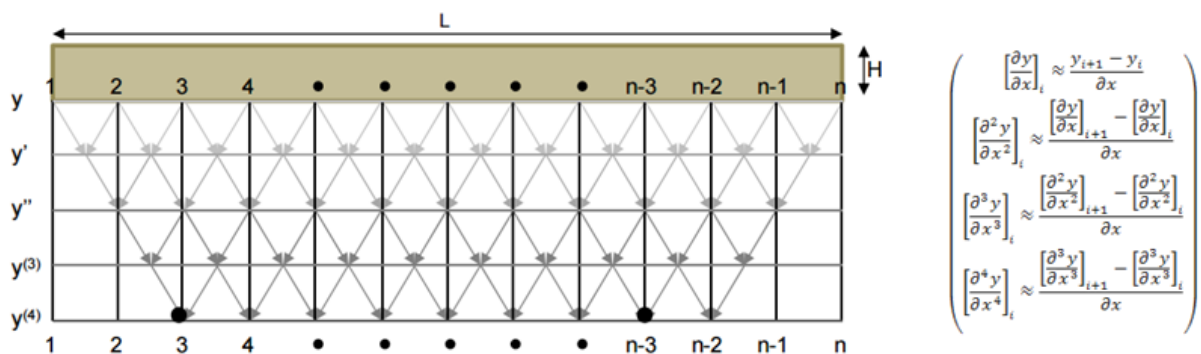


Figure 4 : Illustration des points où sont calculés les différentes dérivées de y . Si la poutre est discrétisée au moyen de n points, on ne pourra écrire que $n-4$ équations faisant intervenir la dérivée d'ordre 4.

En utilisant la méthode des différences finies qui se traduit par la discrétisation de la poutre de longueur L en n points, l'un des points de discrétisation est écarté à chaque fois que l'expression y est dérivée. Par conséquent, on peut écrire $(n-4)$ équations indépendantes faisant intervenir la quatrième dérivée. En ajoutant le paramètre inconnu d de l'équation 9, il reste cinq inconnues, ce qui nécessite de définir cinq conditions aux limites pour la résolution du problème.

Deux conditions aux limites expriment que la flèche à l'extrémité de la poutre est nulle où le déplacement de la poutre est exprimé par le déplacement de corps rigide :

$$y\left(\frac{L}{2}\right) = 0 \quad \text{Équation 11}$$

$$y\left(-\frac{L}{2}\right) = 0 \quad \text{Équation 12}$$

On bénéficie du fait que le moment fléchissant et l'effort tranchant sont nuls aux extrémités pour écrire 4 conditions aux limites supplémentaires :

$$y^{(2)}\left(\frac{L}{2}\right) = 0 \quad \text{Équation 13}$$

$$y^{(2)}\left(-\frac{L}{2}\right) = 0 \quad \text{Équation 14}$$

$$y^{(3)}\left(\frac{L}{2}\right) = 0 \quad \text{Équation 15}$$

$$y^{(3)}\left(-\frac{L}{2}\right) = 0 \quad \text{Équation 16}$$

Chaque combinaison de cinq conditions aux limites parmi les six aboutit au même résultat. La résolution a été effectuée avec Mathematica.

Le principe de résolution est nécessairement itératif compte tenu du comportement non linéaire considéré pour le terrain. On considère donc dans un premier temps que $p(x) < p_{\text{ult}}$ pour résoudre le système. En fonction du résultat obtenu et de la valeur numérique de $p(x)$, on ajuste le système d'équation afin de converger vers une solution finale qui respecte l'équation 6.

3. Résultats

3.1. Analyse d'un exemple

Un exemple est d'abord présenté pour montrer l'influence de la prise en compte de la plasticité. C'est le cas d'une poutre individuelle de longueur $L=20$ m, chargée de 200 KN/ml, de rigidité $EI=18300$ MN.m², reposant sur un terrain dont la capacité portante est de 250 KN/m² et dont le module de réaction vaut 10000 KN/m². La poutre est supposée d'épaisseur unitaire. La courbure du terrain en champs libre est de 1500 m, ce qui correspond à une valeur de Δ_0 de $0,033$ m.

La Fig 5 (courbe noire) montre tout d'abord la solution dans la phase élastique pour le cas étudié, c'est à dire, en supposant qu'il n'y a aucune limitation de la pression de contact ; autrement dit, en supposant un comportement élastique pour le sol.

Pour ce cas, la déformation maximale au milieu du bâtiment est égale à $0,47$ cm. On observe cependant qu'il y a aux extrémités du bâtiment une zone où $p(x) > P_{ult}$.

Après prise en compte d'une plasticité du terrain et à l'issue du processus itératif de résolution, on obtient la solution (courbe rouge).

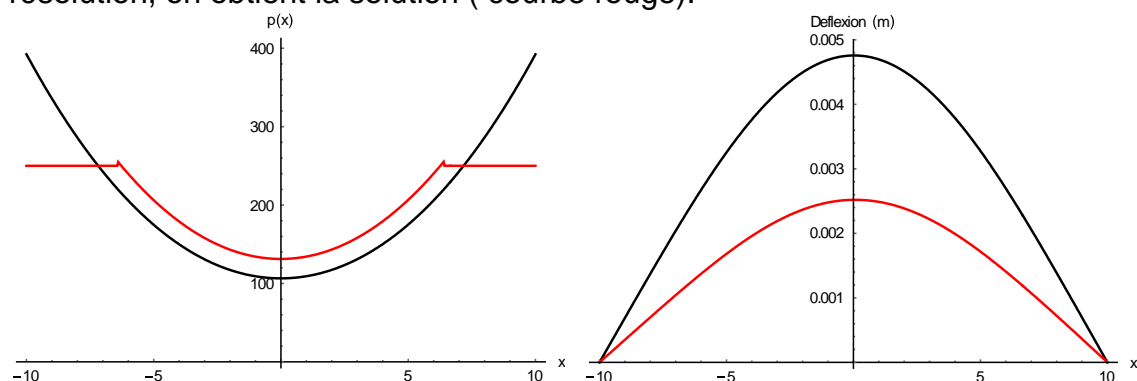


Figure 5 : Evolution de déformée de la poutre et de la répartition de contraintes à l'interface sol-poutre selon que la plasticité du terrain est prise en compte (courbe rouge) ou non (courbe noire).

On constate que la déformée maximale de la poutre Δ diminue de $0,47$ cm à $0,26$ cm après prise en compte l'influence de la plasticité. Même si les contraintes dans le sol sont limitées à une valeur p_{ult} dans les zones plastifiées (aux extrémités du bâtiment), elles sont augmentées au milieu du bâti (ligne rouge) de façon que l'intégrale de $p(x)$ avant et après la prise en compte de la plasticité soit toujours égale la charge extérieure appliquée au bâti.

On peut donc constater que la prise en compte du comportement élasto-plastique dans le sol réduit la déflexion calculée pour le bâtiment et augment la pression de contact $p(x)$ dans les zones élastiques.

3.2. Résultats généraux

Pour montrer l'influence de la plasticité de façon plus générale, la relation entre la rigidité relative $\rho^*=EI/(8E_g.L^3)$ et la transmission de la déflexion Δ/Δ_0 a été tracée pour différents valeurs de p_{ult} , en fixant les valeurs de R , les forces appliquées q et les charges appliquées (Figure 6).

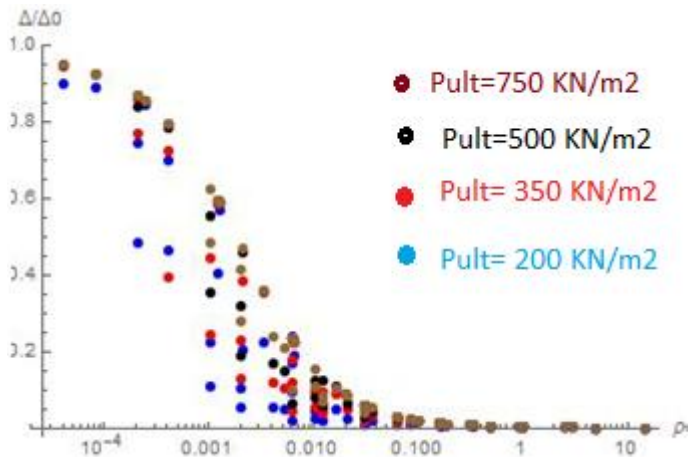


Figure 6: relation entre la rigidité relative $\rho^* = EI/(8.Et.L^3)$ et la transmission de déflexion pour plusieurs contraintes acceptables, (Les transmissions de déflexion dans la Figure est pour le cas de $R=500$, et $q= 100 \text{ KN/m}^2$)

Concernant la tendance générale des points dessinés, on constate que si la rigidité relative est importante, la transmission de déflexion est petite. Au contraire, quand la rigidité relative est très faible, le déplacement du sol va être intégralement transmis au bâtiment ($\Delta/\Delta_0 \rightarrow 1$).

La Figure 7 montre aussi l'importance liée au comportement plastique du sol pour déterminer la transmission de la déflexion. Quand P_{ult} est assez important (points bruns), c'est à dire quand il y a une grande possibilité que $p(x)$ reste inférieur à P_{ult} , le taux de transmission Δ/Δ_0 reste proche de la valeur initiale obtenue pour un sol élastique.

Si la capacité portante de sol est importante, il sera plus capable à transmettre le déplacement du sol vers le bâti, quand cette capacité est petite, la possibilité de transmettre la déflexion réduit, alors que le tassement rigide d augmente.

4. Conclusion

Un modèle analytique a été développé en se basant sur le modèle de Winkler pour modéliser le sol et en considérant un comportement élasto-plastique pour les éléments de Winkler. Les résultats ont montré que la plastification du sol conduit à une diminution de la déformée du bâtiment soumis à un mouvement de sol à la surface, et que la répartition des contraintes verticale s'en trouvent modifiées.

Les résultats montrent l'importance liée au comportement du sol pour déterminer la déflexion finale du bâti qui constitue l'étape initiale pour estimer les conséquences de ces mouvements sur le bâtiment. Les résultats généraux de cette étude doivent être complétés en étudiant d'autres valeurs de R et de q .

Cette étude a considéré le comportement le plus simple du sol avec le modèle de Winkler et un comportement élasto-plastique parfait. Des comportements plus élaborés et plus réalistes pourront être considérés par la suite.

5. Références bibliographiques:

Biot, M. A. (1937). Bending of Infinite Beams on an Elastic Foundation, *J. Appl. Mech. Trans. Am. Soc. Mech. Eng.* 59: A1-7.

Boscardin, M. and Cording, E. (1989). "Building Response to Excavation- Induced Settlement." *J. Geotech. Engrg.*, 115(1), 1–21.

Burland J.B, and Wroth C.P(1974), Settlement of buildings and associated damage .Conference on the Settlement of Structures, *Pentech Press, Cambridge, London* ,pp. 611–654

Caudron M., Emeriault F., Kastner R. & Al Heib M. 2006. Sinkhole and soil-structure interactions: Development of an experimental model. ICPMG, Hong-Kong, 04-06 Aug. 2006, pp 1261-1267.

Deck O. (2002). Etude des conséquences des affaissements miniers sur le bâti- Proposition pour une Méthodologie d'évaluation de la vulnérabilité du bâti. *Thèse de Doctorat. Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy.*

Deck O., Singh A. (2010). Analytical model for the prediction of building deflections induced by ground movements. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, DOI: 10.1002/nag.993

Finno, R. and Calvello, M. (2005). "Supported Excavations: Observational Method and Inverse Modeling." *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, 131(7), 826–836.

Franzius JN, Potts DM, Burland JB(2006). The response of surface structures to tunnel construction. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, *Geotechnical Engineering*; 159:3–17.

Hor B, Emeriault F, Caudron M, Al Heib M. Analyse expérimentale de l'impact de mouvements de terrain sur le bâti de surface. 5. Journées Nationales de Géotechnique et de Géologie de l'ingénieur "Infrastructures, développement durable et énergie" (JNGG 2010), Jul 2010, Grenoble, France. Laboratoire 3S-R, pp.263-270, 2010.

Huu-Luyen Nghiem."2014"- Evaluation des dommages induits par des mouvements de terrain sur des structures en maçonnerie `a l'aide de la modélisation physique- *Thèse de doctorat de l'INSA Lyon.*

Kratzsch (1983). Mining subsidence engineering .

Potts DM, Addenbrooke TI.(1997). A structure's influence tunneling-induced ground movements. Proceedings Institution of Civil Engineers, *Geotechnical Engineering*; 125:109–125.

Selvadurai APS (1979); Elastic Analysis of Soil — Foundation Interaction. *Elsevier Sc. Publ. Co, Amsterdam*

Terzaghi, K.V. (1955) "Evaluation of coefficient of subgrade reaction", *Geotechnique*, Vol. 5, No. 4, pp 297-326.

Terzaghi K. (1943). *Theoretical soil mechanics*. Wiley, New-York, 510 pages.

Vesic, A. B. (1961). Beams on Elastic Subgrade and Winkler's Hypothesis, *Proc. 5th Int. Conf. on Soil Mechanic and Foundation Engineering*, Paris; 845-850.