

SIMULATION DE LA RUPTURE EN MODE I PAR UNE METHODE AUX ELEMENTS DISCRETS

SIMULATION OF MODE I FRACTURE WITH A DISCRETE ELEMENT METHOD

Auteurs : Jabrane HAMDJ^{1,2}, Luc SCHOLTES³, Mountaka SOULEY¹, Marwan AL HEIB¹

¹ *INERIS, Direction des Risques du Sol et du Sous-Sol – Ecole des Mines, Campus ARTEM, CS 14234, F-54042 Nancy cedex, France*

² *GeoRessources – Université de Lorraine, Ecole des Mines, Campus ARTEM, CS 14234, F-54042 Nancy cedex, France*

³ *GeoRessources – Université de Lorraine, 2 rue du Doyen Marcel Roubault, 54500 Vandoeuvre-lès – Nancy, France*

Résumé - Une méthode aux éléments discrets a été utilisée pour modéliser l'initiation et la propagation des fissures dans les matériaux fragiles. Des essais classiques de mécanique des roches ont été simulés sur des échantillons calibrés sur le granite du Lac du Bonnet. Afin d'identifier l'influence des paramètres du modèle sur la valeur de la ténacité du milieu, une étude de sensibilité a été réalisée.

Abstract - A discrete elements method has been used to simulate the initiation and propagation of cracks in brittle materials. Classical rock mechanics tests carried out on the Lac du Bonnet granite were simulated to calibrate the input parameters and to simulate other stress paths. A sensitivity analysis was performed to investigate the influence of the numerical parameters on the toughness of the material.

1. Brèves revues des méthodes numériques et outils utilisés

Deux grandes approches peuvent être utilisées pour simuler la propagation des fissures dans les roches : l'approche continue et l'approche discrète. Dans l'approche continue, les méthodes numériques ont été développées sur les principes des différences finies (FDM), des volumes finis (FVM) et des éléments finis (FEM). La résolution de problèmes de fissuration peut être réalisée par la FEM en introduisant des éléments joints dans le maillage proposé initialement par Goodman et al. (1968). Plusieurs représentations des éléments joints ont été proposées par la suite par Zienkiewicz et al. (1970), Ghaboussi et al. (1973) et Buczkowski et Kleiber (1997). Cette technique permet de simuler la propagation des fissures mais elle est fortement contrainte par le maillage utilisé. Afin de remédier à cette limitation, un nouvel outil numérique a été développé : la méthode des éléments finis étendus (XFEM). La méthode XFEM a l'avantage de produire une solution indépendante du maillage utilisé et de traiter des problèmes comportant des singularités telles que l'initiation, la propagation, la coalescence des fissures avec ou sans fractures préexistantes (Karihaloo et Xiao 2003, Abdelaziz et Hamouine 2008, Belytschko et al. 2009, Richardson et al. 2009). L'idée de base de la méthode XFEM est d'enrichir l'espace des éléments finis classiques avec des degrés de liberté additionnels qui intègrent les solutions asymptotiques près des têtes de singularités et permettent aux

déplacements d'être discontinus sur les faces de ces dernières. Les approches discrètes telles que la méthode aux éléments discrets (DEM) ou l'analyse des déformations discontinues (DDA) constituent une alternative. Cundall et Strack (1979) ont ainsi introduit la méthode DEM dans laquelle le milieu modélisé est constitué par des assemblages de particules en interaction. Dans la méthode DEM, chaque particule est identifiée par sa masse, son rayon et son moment d'inertie et interagit avec ses voisines par l'intermédiaire de lois de contact prédéfinies. Potyondy et Cundall (2004) ont ainsi introduit le modèle des particules collées (BPM) qui permet de rendre compte du comportement des milieux rocheux ainsi que des processus de fracturation mis en jeu. C'est dans ce cadre que nous avons choisi d'utiliser le code de calcul Yade Open DEM (Šmilauer et al. 2015, Yade Documentation). Le BPM défini de la discretisation et de l'amortissement numérique dans Yade a d'ores et déjà démontré sa capacité à reproduire le comportement des roches fragiles, comme illustré dans la Figure 1 (Scholtès et Donzé 2013) ainsi que la propagation des fissures dans les milieux fracturés (Scholtès et Donzé 2012). Comme dans tout BPM, le milieu est modélisé comme un assemblage de particules en interaction les unes avec les autres.

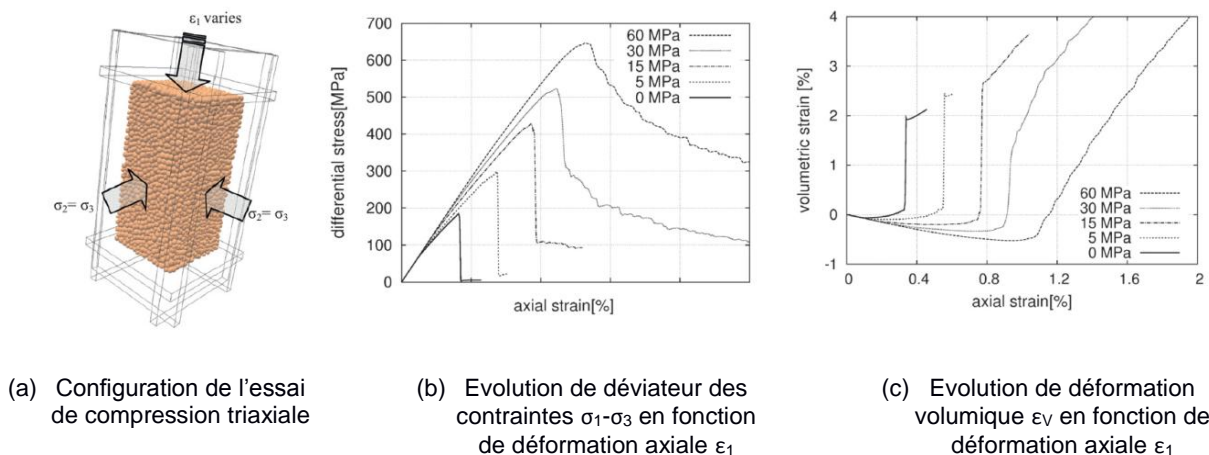


Figure 1: Simulation d'essais de compression triaxiale par la méthode des éléments discrets (Scholtès et Donzé 2013)

Ces interactions peuvent être définies de plusieurs manières et impliquent généralement des lois de comportement reliant les forces aux déplacements interparticulaires. Dans le cas de Yade, les lois de comportement sont de type élastique-plastique fragile et permettent de simuler des comportements typiques des matériaux rocheux. Les particules sont soumises à des forces normales et tangentielles générées au niveau des contacts. Un amortissement numérique est introduit pour absorber l'excès d'énergie cinétique résultant de la loi de Newton afin de limiter les effets inertiels et d'assurer la quasi-staticité des sollicitations étudiées. Le travail présenté a pour objectif d'appliquer une DEM à l'étude de problèmes types de mécanique de la rupture et d'en identifier les avantages et inconvénients.

2. Simulation de la rupture en mode I

Afin d'étudier les processus de fissuration dans le cadre de la mécanique de la rupture, il est nécessaire de calculer le facteur d'intensité des contraintes qui mesure la capacité des fissures à se propager dans le milieu. On distingue trois types de sollicitation associés à trois modes de rupture distincts : le mode I est le mode

d'ouverture ou d'extension, le mode II est associé à la rupture en cisaillement plan et le mode III à un cisaillement anti-plan (Figure 2). Des sollicitations composées pouvant bien évidemment conduire à des modes de rupture mixtes.

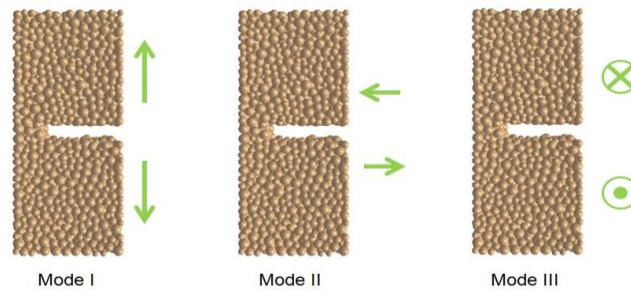
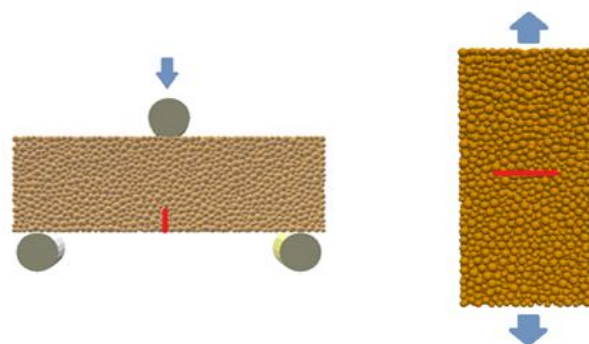


Figure 2. Modes de sollicitation et types de rupture associés

On s'intéresse ici à la rupture en mode I qui d'un point de vue expérimental est généralement étudiée en laboratoire à travers des essais de traction directe, de flexion 3 points ou de double torsion. Nous avons donc calculé le facteur d'intensité des contraintes en mode I (K_I) en nous basant sur la relation approchée d'Irwin (1957) exprimée par : $K_I = \sigma_{\max} \sqrt{\pi l}$ (avec σ_{\max} la contrainte maximale appliquée et l la largeur initiale de la fissure). Si K_I atteint la valeur critique K_{IC} (également appelée ténacité), ce qui est une forme équivalente du critère de Griffith (1920), la fissure se propage. La ténacité est ainsi une caractéristique du matériau qui est indépendante du chargement appliqué et de la géométrie de l'échantillon. C'est dans ce cadre que nous avons étudié le comportement mécanique, le développement des fissures et l'énergie libérée durant la fissuration pour des essais de flexion 3 points (Figure 3a) ainsi que pour des essais de traction directe (Figure 3b) simulés sur des échantillons numériques préalablement calibrés sur le granite du Lac du Bonnet (Scholtès et Donzé 2013). Ces simulations ont permis de vérifier la robustesse de la méthode vis-à-vis de sa capacité à reproduire le comportement macroscopique observé lors des essais de laboratoire et ce, quel que soit le chemin de chargement appliqué. Afin d'identifier l'influence des paramètres du modèle sur l'initiation et la propagation des fissures en mode I, une étude de sensibilité a été menée. Nous avons ainsi pu évaluer l'influence de la géométrie du modèle (dimensions de l'échantillon, orientation de la fissure préexistante), de sa discrétisation (nombre de particules) et de l'amortissement numérique en calculant, pour chaque essai, la valeur du K_{IC} .

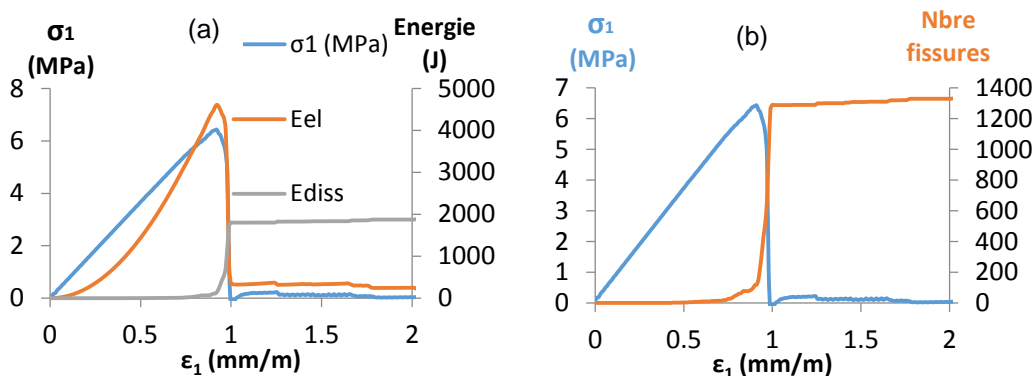


(a) Essai de flexion 3 points sur une poutre (avec entaille) de dimensions $24 \times 8 \times 3 \text{ cm}^3$

(b) Essai de traction directe sur un échantillon pré-fissuré de dimensions $20 \times 40 \times 20 \text{ cm}^3$

Figure 3. Essais numériques utilisés pour caractériser la rupture en mode I

Les analyses ont été effectuées sur la base de l'évolution, en fonction de déformation axiale, de la contrainte axiale, de l'énergie élastique, du nombre de fissures générées dans le milieu et de l'énergie dissipée lors de la fissuration. Les résultats obtenus pour un échantillon pré-fissuré de dimensions 20x40x20 cm³ contenant 10 000 particules sont présentés sur la Figure 4.



(a) Evolution de la contrainte axiale σ_1 , de l'énergie élastique Eel de l'échantillon et de l'énergie dissipée Ediss par les microfissures en fonction de la déformation axiale ϵ_1

(b) Evolution de la contrainte axiale σ_1 et du nombre de microfissures en fonction de la déformation axiale ϵ_1

Figure 4. Réponse de l'échantillon pré-fissuré soumis à une traction directe

3. Impact des paramètres du modèle sur la ténacité (K_{IC}) du milieu

3.1. Résultats issus de la littérature

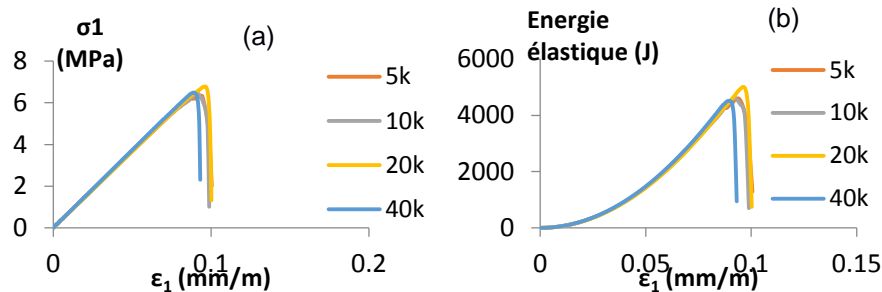
Plusieurs auteurs ont constaté que la réponse mécanique des BPM était dépendante de la discrétisation (nombre des particules) et de l'amortissement numérique choisis. Par exemple, Tarock et Fakhimi (2014) ont simulé un essai de flexion 3 points et ont conclu que la discrétisation influe sur la valeur de la ténacité (K_{IC}). De leur côté, Hazzard et al. (2000) ont simulé un essai de compression uniaxiale et ont souligné que la valeur de l'amortissement numérique doit être choisie minutieusement afin d'obtenir un comportement mécanique réaliste et ont proposé de calibrer ce paramètre en fonction du facteur de qualité sismique du milieu simulé (qui mesure l'atténuation due aux ondes dans le milieu).

3.2. Impact de la discrétisation

Afin d'identifier l'impact de la discrétisation sur la ténacité à la rupture en mode I (K_{IC}), une série de simulation d'essais de traction directe a été réalisée sur un échantillon pré-fissuré de dimension 20x40x20 cm³ (Figure 3b). Les différents tests ont été effectués en changeant la discrétisation de l'échantillon, c'est-à-dire le nombre de particules pour le même volume d'échantillon. Il a été constaté que la réponse macroscopique de l'échantillon reste indépendante de la discrétisation du modèle (Figure 5). En outre, les valeurs de la ténacité varient très peu en fonction de la discrétisation comme illustré dans le Tableau 1 confirmant ainsi que le comportement macroscopique simulé ne dépend pas de la discrétisation.

Tableau 1. Valeurs de la ténacité obtenues pour des simulations d'essai de traction directe réalisés avec différentes discrétisations (k=1000)

Nombre de particules	de	5k	10k	20k	40k
K_{IC} (MPa \sqrt{m})		0,79	0,8	0,84	0,81

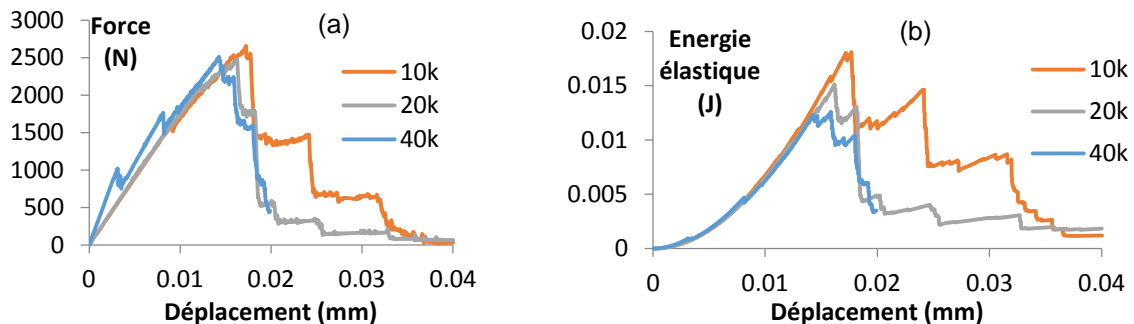


(a) Evolution de la contrainte axiale σ_1 en fonction de la déformation axiale ϵ_1

(b) Evolution de l'énergie élastique en fonction de la déformation axiale ϵ_1

Figure 5. Réponse de l'échantillon pré-fissuré soumis à une traction directe pour différents nombres de particules

La même étude de sensibilité au nombre de particules a été effectuée pour un essai de flexion 3 points simulé sur une poutre de dimension $24 \times 8 \times 3$ cm³ (Figure 3a). La Figure 6 illustre l'indépendance du comportement macroscopique par rapport à la discrétisation et confirme les résultats précédents.



(a) Evolution de la force en fonction du déplacement

(b) Evolution de l'énergie élastique en fonction du déplacement

Figure 6. Réponse de la poutre avec entaille soumise à une flexion 3 points pour différents nombres de particules

3.3 Impact de l'amortissement numérique

Une série d'essais de traction directe a été simulée sur un échantillon de dimensions $20 \times 40 \times 20$ cm³ constitué de 5 000 particules pour différentes valeurs de l'amortissement numérique. Dans les codes DEM généralement et dans Yade plus particulièrement, un amortissement numérique « non visqueux » est introduit de sorte à réduire les effets inertiels et à faciliter la simulation de problèmes statiques (Smilauer et al. 2015). En effet, l'amortissement est pris en compte dans l'équation de mouvement des particules de sorte que la force accélératrice F est réduite d'un incrément ΔF sur chaque intervalle de temps tel que :

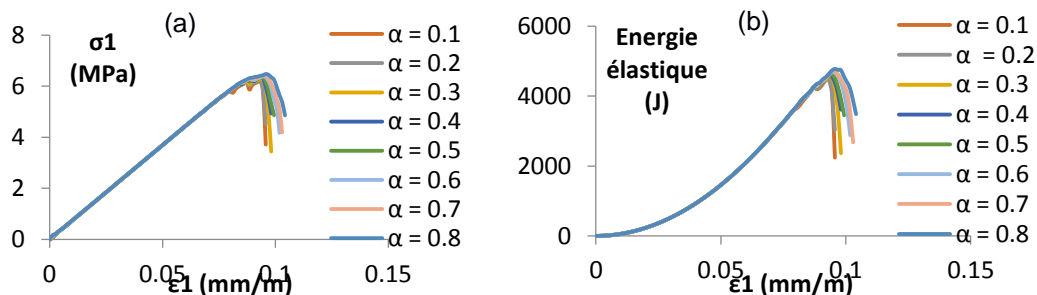
$$\frac{|\Delta F|}{|F|} = -\alpha \text{sign}(\dot{u}) \quad (1)$$

Avec $\text{sign}(\dot{u})$ le signe de la vitesse \dot{u} de la particule et α le coefficient d'amortissement.

Dans nos simulations, nous avons pu constater que, pour la traction directe, la réponse de l'échantillon reste indépendante de l'amortissement comme illustré sur la Figure 7. Les valeurs de la ténacité calculées pour chaque essai sont résumées dans le Tableau 2. Notons que, par défaut, un amortissement numérique de 0,4 a été utilisé dans nos simulations.

Tableau 2. Valeurs de ténacité obtenues pour les simulations de traction pour différentes valeurs de l'amortissement numérique

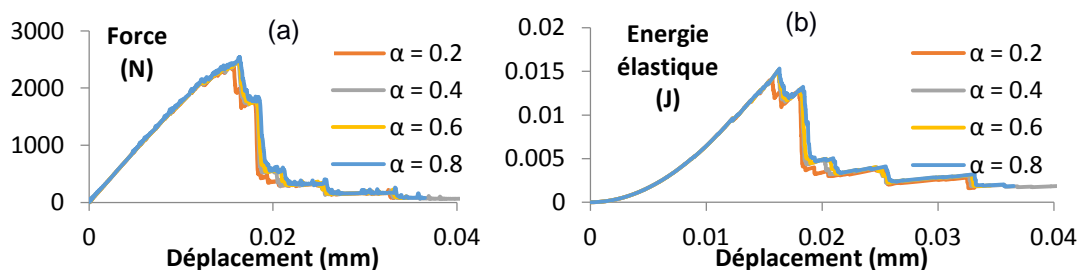
Amortissement (α)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
K_{IC} (MPa \sqrt{m})	0,782	0,781	0,787	0,79	0,795	0,8	0,806	0,81



(a) Evolution de la contrainte axiale σ_1 en fonction de la déformation axiale (ϵ_1) (b) Evolution de l'énergie élastique (J) en fonction de la déformation axiale (ϵ_1)

Figure 7. Réponse de l'échantillon pré-fissuré soumis à une traction directe pour différentes valeurs de l'amortissement numérique (α)

Une série d'essais de flexion 3 points a été simulée sur une poutre de dimensions 24x8x3 cm³. Pour cette sollicitation, nous avons pu observer que le comportement mécanique de la poutre reste également indépendant de l'amortissement (Figure 8). Finalement, nous pouvons conclure que, dans le code de calcul Yade Open DEM, l'amortissement numérique n'a pas un impact majeur sur la modélisation de la rupture en mode I pour les sollicitations étudiées, à savoir l'essai de traction directe et l'essai de flexion 3 points.



(a) Evolution de la force en fonction du déplacement (b) Evolution de l'énergie élastique Eel en fonction du déplacement

Figure 8. Réponse de la poutre soumise à une flexion 3 points pour différentes valeurs de l'amortissement numérique (α)

4. Discussion

L'indépendance de la réponse mécanique macroscopique du modèle utilisé vis-à-vis de sa discrétisation et de l'amortissement numérique pour la rupture en mode I est un résultat fondamental. Il résulte d'une caractéristique spécifique du modèle qui permet de contrôler le comportement macroscopique du milieu (Scholtès et Donzé 2013). Cette caractéristique est basée sur l'introduction d'un paramètre numérique appelé « nombre de coordination » qui permet de rendre compte du degré d'enchevêtrement des particules constitutives du milieu. En effet, le nombre de coordination permet de quantifier le nombre de contacts par particule. Par ailleurs, le fait de garder ce nombre constant quel que soit l'assemblage de particules utilisé permet d'assurer un comportement macroscopique équivalent. Pour cela, il est nécessaire d'ajuster le rayon d'interaction en fonction de l'assemblage utilisé. Le rayon d'interaction correspond à la distance pour laquelle une particule peut interagir avec ses voisines (Scholtès et Donzé 2013). Le nombre de coordination a ainsi été gardé constant pour toutes les simulations réalisées.

Il est intéressant de noter que pour l'ensemble des simulations présentées, la valeur du facteur d'intensité de contraintes critique K_{IC} est pratiquement constante et proche de $0,8 \text{ MPa}\sqrt{m}$. On peut également noter que cette valeur est du même ordre de grandeur que les valeurs déterminées en laboratoire sur les échantillons du granite du Lac de Bonnet (Lajtai et al. 1987, Homand et al. 1998).

5. Conclusion

Pour la rupture en mode I et dans le cas des sollicitations étudiées, nous avons pu mettre en évidence l'indépendance de la réponse du modèle DEM par rapport à sa discrétisation et à l'amortissement numérique utilisé. Ces résultats proviennent de la formulation particulière du modèle et confirment ainsi la robustesse de ses prédictions. Pour aller plus loin dans ces travaux, des développements ont été initiés afin de calculer les différentes composantes énergétiques mises en jeu. Après la validation de ces développements, nous étendrons ces analyses pour des conditions de chargement dynamiques dans la perspective d'applications au dimensionnement d'ouvrages souterrains de type galerie circulaire creusée dans des champs de contraintes prédéfinis. À plus long terme, nous essaierons de réaliser des corrélations avec des mesures géophysiques.

6. Références bibliographiques

- Abdelaziz Y, Hamouine A. (2008). A survey of the extended finite element. *Computers and Structures* 86, pp. 1141-1151.
- Belytschko T, Gracie R, Ventura G. (2009). A review of extended/generalized finite element methods for material modeling. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering* 17.
- Buczakowski R, Kleiber M. (1997). Elasto-plastic interface model for 3D frictional orthotropic contact problems. *Int J Numer Methods Eng* 40, pp. 599-619.
- Cundall P.A, Strack O.D.L.. A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique* 29, pp. 47-65.
- Cundall P.A. (1971). A computer model for simulating progressive, large scale movements in blocky rock systems. *Proceedings of the International Symposium Rock Fracture, ISRM, Nancy, vol. 1.*

- Cundall P.A. (1987). Distinct element models for rocks and soil structure. *Analytical and Computational Methods in Engineering Rock Mechanics*, Ch. 4, pp. 129-163, E.T. Brown, Ed. London: Allen & Unwin.
- Ghaboussi J, Wilson E.L, Isenberg J. (1973). Finite element for rock joints and interfaces. *J Soil Mech Div ASCE* 99, SM10, pp. 833-848.
- Goodman R.E, Taylor R.L, Brekke T.L. (1968). A model for the mechanics of jointed rock. *J Soil Mech Div ASCE* 94, SM3, pp. 637-659.
- Griffith A.A. (1921). The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical transactions of the royal society of London. Series A, containing papers of mathematical or physical character* 221, pp 163-198.
- Hazzard J.F, Young R.P, Maxwell S.C. (2000). Micromechanical modeling of cracking and failure in brittle rocks. *Journal of Geophysical Research* 105, pp. 1683-1697.
- Homand-Etienne F, Hoxha D, Shao J.F. (1998). A Continuum Damage Constitutive Law for Brittle Rocks. *Computers and Geotechnics* 22, pp. 135-151.
- Irwin G.R. (1957). Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *Journal of Applied Mechanics* 24, pp. 361-364.
- Jaeger J.C, Cook N.G.W, Zimmerman R.W. (2007). *Fundamentals of rock mechanics*, Blackwell Publishing, 475 pages.
- Karihaloo B.L, Xiao Q.Z. (2003). Modelling of stationary and growing cracks in fe framework without remeshing: a state-of-the-art review. *Computers and Structures* 81, pp. 119-129
- Lajtai E.Z, Schmidtke R.H, Bielus L.P. (1987). The effect of water on the deformation and fracture time-dependent of a granite. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts* 24, pp. 247-255.
- Potyondy D.O, Cundall P.A. (2004). A bonded-particle model for rock. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* 41, pp. 1329-1364.
- Richardson C.L, Hegemann J, Sifakis E, Hellrung J, Teran J.M. (2009). An XFEM method for modelling geometrically elaborate crack propagation in brittle materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 88, pp. 1042-1065.
- Scholtès L, Donzé F. (2012). Modelling progressive failure in fractured rock masses using a 3D discrete element method. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* 52, pp. 18-30.
- Scholtès L, Donzé F. (2013). A DEM model for soft and hard rocks: Role of grain interlocking on strength. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 61, pp. 352-369.
- Šmilauer V, Catalano E, Chareyre B, Dorofeenko S, Duriez J, Gladky A, Kozicki J, Modenese C, Scholtès L, Sibille L, Stránský J, Thoeni K. (2015), Yade Documentation 2nd ed.
- Tarokh A, Fakhimi A. (2014). Discrete element simulation of the effect of particle size on the size of fracture process zone in quasi-brittle materials. *Computer and Geotechnics* 62, pp. 51-60.
- Zienkiewicz O.C, Best B, Dullage C, Stagg K. (1970). Analysis of nonlinear problems in rock mechanics with particular reference to jointed rock systems. *Proceedings of the Second International Congress on Rock Mechanics, Belgrade*.